

PATRON DE VARIABILIDAD DE LA PRODUCCION DE CACAO EN LA  
ZONA ATLANTICA DE COSTA RICA

Tesis de Grado  
de  
MAGISTER SCIENTIAE

Víctor Quiroga Gómez



INSTITUTO INTERAMERICANO DE CIENCIAS AGRICOLAS DE LA OEA  
Centro Tropical de Enseñanza e Investigación  
Departamento de Cultivos y Suelos Tropicales  
Turrialba, Costa Rica  
Agosto, 1972

PATRON DE VARIABILIDAD DE LA PRODUCCION DE CACAO EN LA  
ZONA ATLANTICA DE COSTA RICA

Tesis

Presentada al Consejo de la Escuela para Graduados  
como requisito parcial para optar el grado de

Magister Scientiae

en el

Instituto Interamericano de Ciencias Agrícolas de la OEA

APROBADA:

Gilberto Pérez, Ph.D.

Consejero

Jorge Soria, Ph.D.

Comité

Rufo Bazán, Ph.D.

Comité

Oliver Deaton, Ph.D.

Comité

Agosto, 1972

Para  
Ana María y Víctor Eduardo  
con cariño

A mis Padres  
y Hermanos

## AGRADECIMIENTO

El autor expresa su sincero agradecimiento al Dr. Gilberto Páez B., Consejero Principal por su constante orientación, ayuda y apoyo prestado en la realización del presente trabajo y por la amistad y valiosa enseñanza impartida.

A los miembros del Comité Consejero, Dr. Jorge Soria V., Dr. Rufo Bazán y Dr. Oliver Deaton, por la cooperación, estímulo y sugerencias ofrecidas.

Al Centro Tropical de Enseñanza e Investigación del IICA por patrocinar sus estudios graduados.

A la Facultad de Agronomía y Estación Experimental la Tamborada de Cochabamba, Bolivia, donde forjé mi formación profesional.

A los compañeros de la Unidad de Estadística y Computación Electrónica del CTEI, Manuel Zamora, Jorge Argüello y Diego Zamora que de una u otra forma ayudaron en la realización del presente trabajo.

A la Señorita Lidiette Marín por el trabajo de mecanografía de la tesis.

## BIOGRAFIA

El autor es de nacionalidad boliviana.

Realizó estudios primarios en la Escuela "Juan Crisóstomo Carrillo".  
Curso estudios secundarios en el Colegio Nacional "Bolivar" ambos en Cochabamba, Bolivia.

En 1956 inició sus estudios universitarios en la Facultad de Agronomía de la Universidad Mayor de San Simón de Cochabamba, donde obtuvo el grado de Ingeniero Agrónomo.

Al finalizar sus estudios universitarios ingresó a la Estación Experimental La Tamborada de Cochabamba ejerciendo diferentes cargos hasta setiembre de 1970. Ocupó cargos en el campo de la enseñanza en la Universidad Mayor de San Simón entre 1955-1970.

Realizó estudios en las Universidades de Edinburgh y Gales en Estadística e Inglés respectivamente.

En setiembre de 1970, ingresó como estudiante graduado al Centro Tropical de Enseñanza e Investigación del Instituto Interamericano de Ciencias Agrícolas de la OEA en Turrialba, Costa Rica, para realizar estudios graduados en el Departamento de Cultivos y Suelos Tropicales con énfasis en Estadística, donde obtuvo el grado de Magister Scientiae en Agosto de 1972.

## CONTENIDO

	Página
LISTA DE CUADROS.....	vii
LISTA DE FIGURAS.....	x
1. INTRODUCCION.....	1
2. REVISION DE LITERATURA.....	3
2.1. Funciones de producción.....	3
2.2. Modelos de respuesta.....	3
2.3. Modelo polinomial.....	6
2.3.1. Análisis armónico.....	7
2.4. Variabilidad en el tiempo de la producción de cultivos perennes.....	9
3. MATERIALES Y METODOS.....	12
3.1. Localización del estudio.....	12
3.2. Material Biológico.....	15
3.3. Modelos matemáticos y estadísticos para describir va- riabilidad de la producción.....	15
3.4. Método de estimación de los parámetros.....	19
3.5. Función periódica.....	21
4. RESULTADOS.....	27
4.1. Uso de las funciones elementales para describir la ten- dencia de la producción de cacao.....	28
4.2. Función de Fourier para explicar la variabilidad men- sual de la producción de cacao.....	39
4.3. Función de Fourier para explicar la variabilidad anual de la producción de cacao.....	45
4.4. Correlación entre elementos climáticos y variabilidad de la producción de 6 cultivares de cacao.....	50
5. DISCUSION.....	54
6. CONCLUSIONES.....	59
7. RESUMEN.....	60
7a. SUMMARY.....	62
8. LITERATURA CITADA.....	64
APENDICE.....	69

## LISTA DE CUADROS

Cuadro No.		Página
1	Promedio de 10 años de datos climatológicos de la finca La Lola.....	13
2	Siete formas de la función armónica seno X .....	22
3	Correlación entre el número de mazorcas y el peso de la semilla húmeda en 6 cultivares.....	28
4	Parámetros correspondientes a los modelos elementales $Y = R_0 + R_1 X + R_2 X^2$ , $Y = R_0 + R_1 \sqrt{X} + R_2 X$ , $Y = R_0 X^{R_1} e^{-R_2 X}$ , aplicados a datos de 9 años de producción expresado en número de frutos por árbol	29
5	Parámetros de la Serie de Fourier correspondientes a la variación mensual de la producción de cacao...	40
6	Parámetros de la Serie de Fourier correspondientes a la variación anual de la producción de cacao .....	41
7	Matriz de correlación entre producción mensual de número de mazorcas de 6 cultivares y los elementos de clima 5 meses antes de la cosecha.....	52
 A p é n d i c e		
1	Número de mazorcas de cacao por parcela experimental de 16 plantas en el período 1961-1962.....	70
2	Número de mazorcas de cacao por parcela experimental de 16 plantas en el período 1962-1963.....	70
3	Número de mazorcas de cacao por parcela experimental de 16 plantas en el período 1963-1964.....	71
4	Número de mazorcas de cacao por parcela experimental de 16 plantas en el período 1964-1965.....	71
5	Número de mazorcas de cacao por parcela experimental de 16 plantas en el período 1965-1966.....	72
6	Número de mazorcas de cacao por parcela experimental de 16 plantas en el período 1966-1967.....	72
7	Número de mazorcas de cacao por parcela experimental de 16 plantas en el período 1967-1968.....	73
8	Número de mazorcas de cacao por parcela experimental de 16 plantas en el período 1968-1969.....	73

Cuadro No.		Página
9	Número de mazorcas de cacao por parcela experimental de 16 plantas en el período 1969-1970.....	74
10	Peso de la semilla húmeda de cacao por parcela experimental de 16 plantas en el período 1961-1962...	74
11	Peso de la semilla húmeda de cacao por parcela experimental de 16 plantas en el período 1962-1963...	75
12	Peso de la semilla húmeda de cacao por parcela experimental de 16 plantas en el período 1963-1964...	75
13	Peso de la semilla húmeda de cacao por parcela experimental de 16 plantas en el período 1964-1965...	76
14	Peso de la semilla húmeda de cacao por parcela experimental de 16 plantas en el período 1965-1966...	76
15	Peso de la semilla húmeda de cacao por parcela experimental de 16 plantas en el período 1966-1967...	77
16	Peso de la semilla húmeda de cacao por parcela experimental de 16 plantas en el período 1967-1968...	77
17	Peso de la semilla húmeda de cacao por parcela experimental de 16 plantas en el período 1968-1969...	78
18	Análisis armónico de la productividad anual del número de mazorcas, ecuaciones simultáneas, cultivar Matina.....	79
19	Análisis armónico de la productividad anual del número de mazorcas, ecuaciones simultáneas, cultivar UF-613 Pol. Ab.....	79
20	Análisis armónico de la productividad anual del número de mazorcas, ecuaciones simultáneas, cultivar UF-650 Pol. Ab.....	80
21	Análisis armónico de la productividad anual del número de mazorcas, ecuaciones simultáneas, cultivar SCA-6 x ICS-1.....	80
22	Análisis armónico de la productividad anual del número de mazorcas, ecuaciones simultáneas, cultivar SCA-6 x IMC-67.....	81
23	Análisis armónico de la productividad anual del número de mazorcas, ecuaciones simultáneas, cultivar SCA-12 x EET-62.....	81



Cuadro No.		Página
24	Síntesis armónico de las 4 ondas de Fourier que describe el patrón de variabilidad de la producción de cacao. Matina UF-613 Pol. Ab.....	82
25	Síntesis armónico de las 4 ondas de Fourier que describe el patrón de variabilidad de la producción de cacao. Matina UF-650 Pol. Ab. SCA-6 x ICS-1....	83
26	Síntesis armónico de las 4 ondas de Fourier que describe el patrón de variabilidad de la producción de cacao. Matina SCA-6 x IMC-67. SCA-12 x EET-62.	84

## LISTA DE FIGURAS

Figura No.		Página
1	Datos climáticos primarios de la finca La Lola promedio mensual de 10 años.....	14
2	Funciones periódicas del seno de $X$ , amplitud período y ángulo de fase.....	23
3	Curvas de respuesta según modelos cuadrático, raíz cuadrática y gamma Cultivar Matina.....	33
4	Curvas de respuesta según modelos cuadráticos, raíz cuadrática y gamma Cultivar UF-613-Pol. Ab..	34
5	Curvas de respuesta según modelos cuadráticos y raíz cuadrática y gamma Cultivar UF-650 Pol. Ab..	35
6	Curvas de respuesta según modelos cuadráticos, raíz cuadrática y gamma Cultivar SCA-6 x ICS-1...	36
7	Curvas de respuesta según modelos cuadráticos, raíz cuadrática y gamma Cultivar SCA-6 x IMC-67..	37
8	Curvas de respuesta según modelos cuadráticos, raíz cuadrática y gamma Cultivar SCA-12 x EET-62	38
9	Oscilación mensual del rendimiento de cacao en 6 cultivares y promedio de 9 años.....	43
10	Patrón de variabilidad del peso de la semilla húmeda de 6 cultivares y 9 años de producción.....	46
11	Patrón de variabilidad del número de mazorcas de 6 cultivares y 9 años de producción.....	47
12	Contribución de cada uno de los armónicos a la variación total.....	48
13	Síntesis de la función ajustada de Fourier para el Cultivar Matina.....	49

## 1. INTRODUCCION

La variabilidad de la producción del cacao, juega un rol importante en la determinación del rendimiento sostenido de una plantación comercial. Al presente, aún no se ha determinado la función matemática que describe la variabilidad de producción en las condiciones ambientales de Costa Rica; tampoco, está definitivamente aclarada la suposición de una variación bianual del rendimiento, por lo que, surge la necesidad de estimar los parámetros que describan el comportamiento de la producción bajo la influencia de varios factores, las tasas de cambio y su estacionalidad.

Las operaciones de buena parte de las fincas productoras de cacao, están financiadas por la banca, que junto con los finqueros están deseosos de tener una visión del patrón de variabilidad de la producción del cacao, su capacidad potencial, el rendimiento sostenido y la edad de producción comercial para así poder estimar las fechas de amortización del capital invertido, etc.

Por otra parte, el estudio contribuirá probablemente, a mejorar la capacidad de producción del cacao a largo plazo, factor importante, para predecir la fecha de finalización de tal investigación.

Para los fines de esta investigación, se consideran las funciones lineales, no-lineales y las series armónicas, considerando como variable independiente el tiempo medido en años, y la variable dependiente número de mazorcas de cacao por árbol.

Los objetivos de esta investigación son:

1. Estimar los diferentes parámetros asociados con la variabilidad de la producción de cacao.
2. Relacionar estos parámetros con los factores del medio.
3. Determinar la edad de producción óptima.

## 2. REVISION DE LITERATURA

### 2.1. Funciones de Producción.

No existe una función única de respuesta biológica, que reflejando las variaciones del suelo, clima, cultivar, etc., caracterice perfectamente la producción agrícola. Surge por tanto, la necesidad de una elección de un modelo matemático que sea consistente con el fenómeno que se estudia. Numerosos estudios de investigación en agricultura giran alrededor de funciones de producción de variables simples como ocurre con las investigaciones de aplicación de fertilizantes o insecticidas a los cultivos.

### 2.2. Modelos de Respuesta.

La primera tentativa para establecer la relación entre insumo y rendimientos de un cultivo fue realizado por Liebig, citado por Heady y Dillon (26), en su conocida "Ley del Mínimo"; esta Ley, expresa que los rendimientos de un cultivar son proporcionales a las cantidades de los nutrimentos aplicados; cuando todos los nutrimentos están presentes en cantidad suficiente, la aplicación de adicionales nutrimentos no incrementa tales rendimientos; aunque Liebig no expresó su Ley por una relación matemática, fué interpretada algebraicamente de diferentes maneras; así, Boresch citado por Heady y Dillon (26) considera que la Ley del Mínimo se puede expresar así:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i \quad [ 1 ]$$

Donde:

$Y_i$  = Producción total

$\beta_0$  = Nivel de producción en ausencia de X

$X_i$  = Nivel de nutrimento adicionado

$\beta_1$  = Tasa que define la relación de cambio de Y con los cambios que operan a nivel de X.

Uno de los primeros intentos de definir la naturaleza algebraica de las funciones de producción fué realizado por Mitscherlich en 1909, quien también estaba interesado en explicar la respuesta a la fertilización. Según Mason (35), ha sido el primero en sugerir una función de producción no lineal, para relacionar la aplicación de fertilizantes en la producción de los cultivos. Mitscherlich propone la ecuación:

$$\beta_0 / \beta_0 - Y_i = \beta_1 X_i \quad [ 2 ]$$

Donde:

$\beta_0$  = Rendimiento total cuando el nutrimento X no es deficiente.

(Máximo rendimiento posible con adiciones sucesivas de X)

$\beta_1$  = Constante de proporcionalidad (Define la tasa en el que el rendimiento marginal decae).

Partiendo de la ecuación diferencial:

$$dY_i/dX_i = \beta_1 (\beta_0 - Y_i) \quad [ 3 ]$$

Se llega mediante proceso de integración a:

$$Y_i = \beta_0 (1 - e^{-\beta_1 X_i}) \quad [ 4 ]$$

Bajo la suposición de que el rendimiento es cero cuando  $X=0$  (37).

Pimentel Gómez (43), realiza una amplia discusión al respecto, extiende la aplicabilidad de esta Ley, y presenta la metodología de estimación de parámetros teniendo en cuenta las observaciones que hacen Box y Lucas (12), quienes recalcan la necesidad de estimar los parámetros no lineales con una alta precisión.

Spillman citado por Heady y Deallon (26) propone la función:

$$Y_i = \beta_0 - \beta_1 \beta_2 X_i \quad [ 5 ]$$

donde:

$\beta_0$  = Rendimiento total obtenido a causa del incremento de X

$\beta_1$  = Constante que define el máximo rendimiento

$\beta_2$  = Coeficiente que define la tasa por el que la producción marginal decae.

Según los mismos autores, Pfeiffer y Frolig son los primeros en utilizar una función de segundo grado para describir la relación existente entre la producción y suplementación de nitrógeno.

La respuesta o rendimiento se representa matemáticamente por una función curvilínea continua ascendente hasta un máximo rendimiento; es decir, la tasa de incremento de producción de la planta por unidad de insumo X declina parabólicamente en relación al eje de simetría. El modelo se expresa así (38):

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \beta_2 X_i^2 \quad [ 6 ]$$

donde:

$Y_i$  = Variable de respuesta

$\beta_1$  = Tasa de incremento de la respuesta por unidad de incremento del insumo X

$\beta_2$  = Tasa de decrecimiento de la producción por unidad de incremento de X.

Pansey y otros (41), condujeron una serie de ensayos experimentales en algodón durante 1943-1944 y 1947-1948 en diferentes estados de la

India, utilizaron este método para ajustar los rendimientos experimentales. Numerosos investigadores (13, 27, 42, 52), utilizan este modelo cuadrático en sus investigaciones de funciones de producción, porque se demostró ser más satisfactorio ya que produjo coeficientes de determinación  $R^2$  altos.

Doll, Heady y Pesek (16), usan con mucho éxito el modelo de la raíz cuadrada para describir sus curvas de respuestas; el modelo matemático es similar al cuadrático, pero, tiene la ventaja de proveer un rendimiento sostenido a la altura del máximo absoluto, esto, es especialmente importante para nuestro caso.

Por otra parte, también consideramos la función del tipo gamma.

$$Y_i = \beta_0 X_i^{\beta_1} e^{-\beta_2 X_i} \quad [ 7 ]$$

Esta ecuación representa más fielmente los rendimientos sostenidos, en nuestro caso un plateau de rendimiento máximo. Las funciones de producción señaladas anteriormente son solo unas pocas de las numerosas y bien conocidas funciones de producción, una revisión de literatura in extenso y la correspondiente justificación de los modelos realizan Grimm (22) y Páez (39).

### 2.3 Modelo Polinomial

Mason (34), indica que los términos de una ecuación polinomial varían desde  $n$  hasta  $n-1$ . En el caso de variables simples, el número de términos y el grado de la ecuación son normalmente paralelos, donde: la ecuación de primer grado describe una línea recta, mientras que la de segundo grado describe una curva monotónica, en general el grado del polinomio menos uno, indica el número de veces que la curva cambia de



dirección por lo que resulta la más llamada a describir fenómenos ondulatorios. La forma de la expresión es:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \dots + \beta_{(n-1)} X_i^{(n-1)} \quad [ 8 ]$$

Otra razón para la utilización de esta función es que si la forma algebraica de una función es desconocida, puede aproximarse en el rango de interés por el procedimiento matemático conocido como expansión de la Serie de Tylor. Tal expansión puede reducirse a una forma polinomial; mientras la aproximación difiera en la forma algebraica de la verdadera función, su implicación será buena en el rango relevante.

### 2.3.1 Análisis armónico.

La presencia de varias ondas en la producción anual de cacao induce a buscar modelos alternativos a la función polinomial. El análisis de Series de Tiempo, describe perfectamente las oscilaciones de larga duración alrededor de la línea de tendencia y permite realizar una descripción matemática de los movimientos elementales que lo componen, con el objeto de descomponer una serie de tiempo en sus movimientos componentes básicos.

Panfsky y Brier (40), llaman análisis armónico a la representación de una suma finita de senos y cosenos, en general, este tipo de series recibe el nombre de Series de Fourier y el método de hallar la función Análisis de Fourier.

La Serie de Fourier simple, puede expresarse de diferentes maneras (23), siguiendo a Spiegel (49) una función  $f(X)$  tiene período  $T$  si para todo  $X$ ,  $f(X+T) = f(X)$ , siendo  $T$  una constante positiva. El mínimo valor de  $T$

mayor que cero, se llama período mínimo o simplemente período de  $F(X)$ . Así la función  $\text{sen}(X)$ , tiene períodos:  $2\pi$ ,  $4\pi$ ,  $6\pi$ , etc. puesto que  $\text{sen}(X+2\pi)$ ,  $\text{sen}(X+4\pi)$ ,  $\text{sen}(X+6\pi)$ , etc., son todos iguales a  $\text{sen}(X)$ , de ahí que  $2\pi$ , es el período de  $\text{sen}(X)$ .

Si  $f(X)$  esta definido en el intervalo  $] -L, L[$  y fuera de este intervalo por  $f(X+L) = f(X)$ , es decir,  $f(X)$  tiene período  $2L$ .

La Serie de Fourier se define algebraicamente así:

$$f(X) = \beta_0/2 + \sum_{n=1}^{\infty} (\beta_{1n} \cos \pi X_i/L + \beta_{2n} \text{sen} \pi X_i/L) \quad [9]$$

donde:

$$\beta_{1n} = 1/L \int_{-L}^L f(X) \cos n\pi X_i/L \, dX \quad [10]$$

$$\beta_{2n} = 1/L \int_{-L}^L f(X) \text{sen} n\pi X_i/L \, dX$$

Si  $f(X)$  tiene período  $2L$ , los coeficientes  $\beta_{1n}$  y  $\beta_{2n}$ , se pueden determinar asimismo por:

$$\beta_{1n} = 1/L \int_C^{C+2L} f(X) \cos n\pi X/L \, dX$$

$$\beta_{2n} = 1/L \int_C^{C+2L} f(X) \text{sen} n\pi X/L \, dX \quad [11]$$

donde:

$C$  es un número real cualquiera. En el caso particular de que  $C = -L$  la relación [11] iguala a la [10]. Para determinar  $\beta_0$  en [9] se utiliza [10] ó [11] haciendo  $n=0$  es decir:  $\beta_0 = 1/L \int_{-L}^L f(X) \, dX$  por tanto, el término constante de la relación [9] es igual a:

$$\beta_0/2 = 1/2L \int_{-L}^L f(X) \, dX \quad [12]$$

que es promedio de  $f(X)$  en el período. Si  $L = \pi$ , la Serie [9] y los coeficientes [10] y [11] son especialmente sencillos, la función es periódica de período  $2\pi$ .

Conrad y Pollak (12) describen la serie de Fourier como:

$$f(X) = \beta_0 + \beta_{1i} \text{ sen } (1X + A_1) + \beta_{2i} \text{ sen } (2X + A_2) + \dots + \beta_{ki} \text{ sen } (kX + A_k) \quad [13]$$

donde:

$\beta_0$  = Media armónica de las observaciones

$\beta_{ki}$  = Amplitud de las ondas superpuestas

$A_k$  = Son los valores ángulos de fase que determinan los valores de  $X$  en que se producen los extremos.

La importancia que tiene el análisis de Fourier en la investigación, resalta del uso amplio y continuo de esta Serie; así: Jaramillo y Páez (29) realizan un estudio de las subseries cronológicas de la precipitación por medio del análisis armónico, determinando los armónicos de mayor importancia, el período correspondiente a cada armónico y el tiempo en el cual los armónicos de mayor significación presentan un máximo.

Jorge (32), realiza análisis de las Series Cronológicas de precipitación mensual por medio de un análisis Armónico, demostrando que la variabilidad espectral es un parámetro dinámico que cambia en el tiempo y en el espacio, llegando a concluir que, el conocimiento de la estructura de las series de precipitación contribuirá a la búsqueda de modelos para el pronóstico a largo plazo. Otros autores (10, 21), también utilizan exitosamente la Serie sencilla de Fourier en la determinación de la contribución de iésimo armónico a la variación total.

#### 2.4. Variabilidad en el tiempo de la producción de cultivos perennes.

En los estudios realizados hasta el presente, se observa el hecho fundamental que los rendimientos de cacao son extremadamente variables,

aún cuando el cultivar se desarrolla bajo las condiciones más uniformes posibles. Este aspecto llama la atención de Cunningham y Burridge (15) que sugieren que la extrema variabilidad de las plantas perennes y en particular el cacao debe llamar a mayores cuidados en la elección de los modelos. En sus investigaciones encontraron coeficientes de variación que van de 30 a 60%.

Jones (31), afirma que en el pasado las grandes fluctuaciones dentro tratamientos en experimentos con fertilizantes en cacao eran difíciles de entender, recomienda buscar las causas de estas fluctuaciones no solo con el objeto de reducir la superficie de terreno requerida para la experimentación, sino también, para ayudar a comprender el comportamiento del cacao en particular.

En experimentos conducidos en Costa de Oro por Auchinleck (8, 9), se nota la gran variación en la producción, aparentemente está gobernada por una fluctuación regular, el rendimiento sube y baja a un ritmo bien definido, otro hecho notable es que árboles con 16 años de edad muestran signos de decaimiento aparente en la producción.

En lo que respecta a la relación entre rendimiento y ambiente; Vernon y Morris (51), sugieren la posibilidad de que el cacao tenga tendencia bienal pero no presentan evidencia definitiva sobre el caso.

Fennah (19), demuestra que la influencia de la precipitación es marcada y que el patrón de variabilidad podría estar explicado por: a) la variación correlacionada positivamente con la precipitación del mismo año, b) la correlación positiva con la precipitación del año anterior, c) la variación

correlacionada positivamente con las precipitaciones inferiores a 96 pulgadas.

Alí (1), se refiere a la ocurrencia de coeficientes de correlación positivos y negativos y sugiere que existe una cierta tendencia de asociación entre el rendimiento y la precipitación; encuentra una clara asociación positiva con las precipitaciones de febrero-abril -julio-octubre, pero el efecto de la precipitación fue deprimente entre los meses de mayo-junio.

Maidment (34) es más explícito al indicar que existe un marcado paralelismo entre la lluvia mensual y la cosecha mensual, dice: 'Si tomamos el gráfico de producción y lo deslizamos hasta hacer coincidir la producción de julio con la lluvia de abril, la producción de agosto con la de mayo, etc., los picos de los gráficos tienden a sobreponerse mostrando la existencia de correlación entre lluvia y cosecha de cacao!'

### 3. MATERIALES Y METODOS

#### 3.1 Localización del estudio

Se usaron los datos experimentales del Departamento de Cultivos y Suelos Tropicales del IICA-CTEI. La unidad de producción está situada en la finca La Lola y tiene un área de 0.57 hectáreas. El experimento se inició en Diciembre de 1959.

Según Bazán (11), el área experimental se halla afectado por dos clases de suelo: arcillo limoso y arenoso, predominando la segunda clase indicada. Algunas características importantes de esta clase de suelos son las siguientes:

Clase arcillo limosa, muestra presencia de piedra y cantos rodados entre 30 y 60 cm de profundidad, ausencia de compactación superficial y con condiciones de drenaje interno imperfecto, causada por su textura arcillo limosa.

La clase de suelo arenoso muestra presencia de piedras entre 90 y 120 cm de profundidad, compactación superficial mediana causada por la presencia de una capa arcillo limosa en los 12 cm superficiales del suelo; característica esta que ocasiona la ocurrencia de condiciones de drenaje interno impedido.

La precipitación media, temperatura media, máxima, mínima, máxima menos mínima, humedad relativa e insolación fueron calculados para el período 1961-1970, a partir de los datos originales que posee la Estación de Climatología del IICA-CTEI; el resumen mensual se presenta en el Cuadro 1.

Cuadro 1. Promedio de 10 años de datos climatológicos de la Finca La Lola 1961-1970.

Mes	Preci- pitac.	Tempe. Media	Tempe. Maxim.	Tempe. Minim.	T.Max. T.Minm.	Humed. Relat.	Insola- ción	Evapo- ración
Enero	12.36	23.96	28.46	19.45	09.00	83.71	04.63	00.66
Febrero	07.50	23.95	28.61	19.30	09.31	81.85	05.16	00.62
Marzo	07.02	24.43	29.00	19.86	09.14	72.01	04.71	00.73
Abril	09.79	24.89	29.38	20.40	08.98	81.25	04.90	00.83
Mayo	09.82	25.43	29.97	20.88	09.08	82.10	04.56	00.84
Junio	09.76	25.73	30.24	21.22	09.02	84.34	03.99	00.74
Julio	12.72	25.17	29.41	20.93	08.48	84.62	03.45	00.53
Agosto	07.61	25.35	29.91	20.79	09.12	83.93	04.63	00.71
Setiembre	06.82	25.56	30.36	20.75	09.61	84.50	04.75	00.29
Octubre	09.35	25.32	30.10	20.54	09.56	84.64	04.88	00.32
Noviembre	17.14	22.09	25.73	18.45	07.28	75.93	04.15	00.19
Diciembre	19.47	23.07	27.08	19.05	08.02	80.35	03.85	00.24

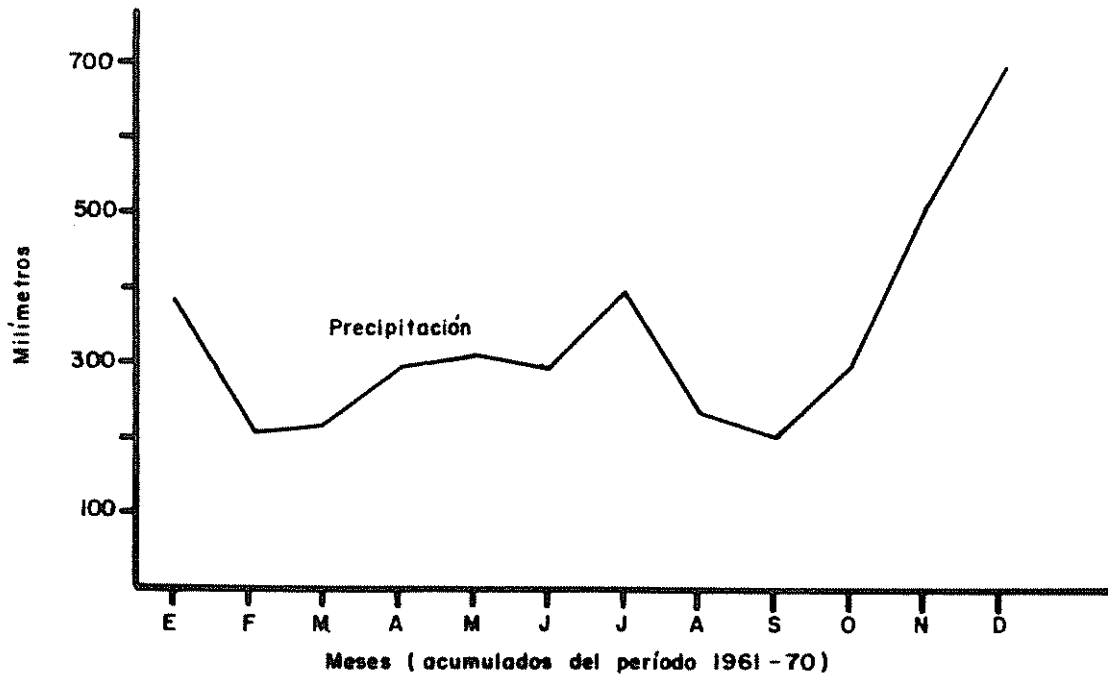
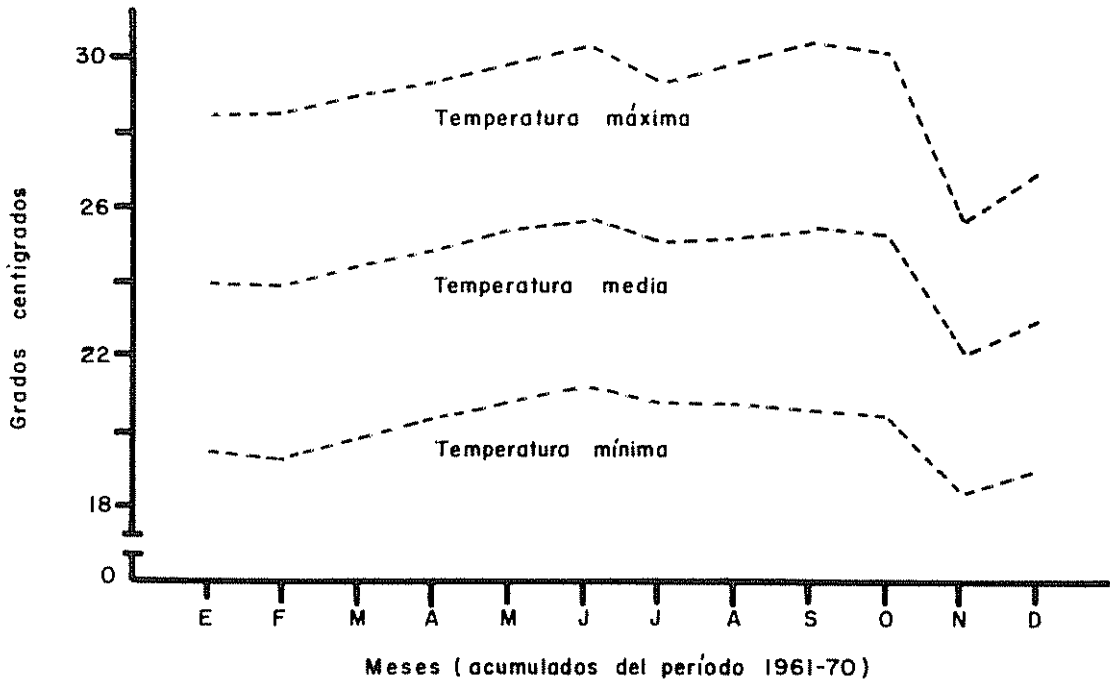


Fig. 1 Datos climáticos primarios de la finca La Lota promedio mensual de 10 años



Bazán (11) , analizando los datos climatológicos del decenio 1952 - 1961, dice: "el clima es cálido y casi continuamente húmedo con un solo mes del año (Setiembre) en que la precipitación no excede la evapotranspiración potencial; la nubosidad es alta determinando periodos de iluminación muy breves en el transcurso del día".

La Figura 1 esquematiza los datos primarios de temperatura, precipitación y evapotranspiración.

### 3.2. Material Biológico

Se utilizó el diseño de blaques al azar con cinco repeticiones, cada parcela con 16 árboles sembrados s 3 x 3 metros entre sí.

Se cuenta con la información individual de número de frutos y peso de la semilla húmeda por árbol, cosechados en períodos de 14 días durante 9 años. Los 6 cultivares, corresponden a: híbridos interclonales introducidos de Trinidad y Ecuador, plantas de semilla de polinización abierta de clones UF y cacao ordinario local, según la identificación siguiente:

1. Matina
2. UF-613 Pol. Ab.
3. UF-650 Pol. Ab.
4. SCA-6 x ICS-1
5. SCA-6 x IMC-67
6. SCA-12 x EET-62

### 3.3. Modelos matemáticos y estadísticos para describir variabilidad de la producción.

La mayor parte de los fenómenos estudiados en los diferentes campos de las ciencias, se realizaron a través de un proceso determinado de causa

y efecto; es decir, si A es la causa, tendremos el efecto B (33), por ejemplo, si hacemos pasar corriente eléctrica por el agua, se emitirá hidrógeno y oxígeno; si se baja considerablemente la temperatura del agua, se congelará; si se lanza una moneda al aire, se puede calcular la velocidad de caída, etc.

Un modelo matemático, es un postulado matemático que describe un cierto fenómeno, ejemplo:

$$A = \pi r^2 \quad [ 14 ]$$

donde:

A = Area

$\pi$  = Constante 3.1416

r = Radio del círculo

Linley (33), afirma que en la práctica, los fenómenos presentan un carácter aleatorio; es decir, que por la presencia del azar, A puede causar B pero también puede causar C; así, en el ejemplo de lanzar la moneda al aire, aún es cierto que caerá, pero no puede decirse si el efecto será en presentar cara o cruz. En este caso hablamos de modelos estadísticos, por tanto, como elemento diferencial entre ambos modelos podemos indicar brevemente que: en los modelos estadísticos siempre intervienen elementos aleatorios y a causa de ellos no puede determinarse con exactitud el valor de una variable en función de otra.

Lo anterior, nos permite afirmar en forma general, que el modelo estadístico es una relación estructural entre causa y efecto, representable por una ecuación que contiene parámetros, variables y una fuente de error que expresan situaciones bien definidas, así:

$$Y_i = f(\beta, X) + \epsilon_i \quad [ 15 ]$$

donde:

$Y_i$  = Variable de respuesta medida con error

$X$  = Matriz de variable controlable sin error

$\underline{\beta}$  = Vector de parámetros

$e_i$  = Componente aleatorio

Por ejemplo, al estudiar el rendimiento de cierto cultivar, se observa que intervienen un gran número de factores para que finalmente se llegue a tener algún valor representativo del rendimiento. Sin embargo, para ciertas condiciones controladas como: variedad, suelo, clima que podrían considerarse contantes, debería existir cierta tendencia en el rendimiento a cierto valor constante ( $\mu$ ), pero, existen desviaciones de ese valor debido a otro gran número de factores que escapan al control, como peso de la semilla, sanidad, profundidad de siembra, etc., que consideramos precisamente aleatorias (36).

Esto permite realizar una primera clasificación de las variables en:

- i) Variables controlables, que pueden adquirir varias formas, tales como:
  - a) Insumos químicos: fungicidas, insecticidas, fertilizantes, herbicidas.
  - b) Insumos biológicos: variedad, semilla, etc.
  - c) Insumos de manejo: preparación de terrenos, labores culturales, cosecha, etc.
- ii) Variables cronológicas caracterizadas por la ocurrencia del fenómeno bajo el influjo de los elementos climáticos.

En general, se supone que el modelo estadístico es aditivo y lineal en los parámetros, la primera suposición en la mayoría de los problemas

biológicos es razonable y es plenamente aceptable, pero la segunda, rara vez se cumple y en realidad es la excepción; los modelos que utilizamos, podemos expresar en la forma general:

$$Y_i = f(\underline{\beta}, X) + \epsilon_i \quad [16]$$

Un modelo se dice que es lineal cuando se cumplen las siguientes suposiciones:

$$d(f(\underline{\beta}, X))/d\underline{\beta} = X_i \quad [17]$$

$$d(d(f(\underline{\beta}, X))/d\underline{\beta})/d\underline{\beta} = 0 \quad [18]$$

El diferencial será en todos los casos independientes del parámetro (38).

Por otra parte, la función gamma en esencia es no-lineal, pero puede linearizarse mediante una transformación logarítmica,  $i : e :$

$$Y_i = \beta_0 X_i^{\beta_1} e^{-\beta_2 X_i} \quad [19]$$

Cuya transformada es:

$$\log Y_i = \log \beta_0 + \beta_1 \log X_i - \beta_2 X_i \quad [20]$$

Con derivadas:

$$d Y_i / d \beta_0 = 1.0 \quad [21]$$

$$d Y_i / d \beta_1 = X_i^* \quad [22]$$

$$d Y_i / d \beta_2 = -X_i \quad [23]$$

En cambio, se dice que una función es no-lineal, cuando el diferencial depende de los parámetros, así:

$$Y_i = \beta_0 (1.0 - e^{-\beta_1 X_i}) \quad [24]$$

$$d Y_i / d \beta_0 = 1.0 - e^{-\beta_1 X_i} \quad [25]$$

$$d Y_i / d \beta_1 = \beta_0 e^{-\beta_1 X_i} X_i \quad [26]$$

### 3.4. Método de estimación de los parámetros.

Se realiza por minimización de la función:

$$Y_i = f(\underline{\beta}, X) + \epsilon_i \quad [ 27 ]$$

Este método proporciona los mejores estimadores puesto que gozan de las características siguientes: a) Son insesgados; es decir, la esperanza matemática de los estimadores es igual al verdadero parámetro, i.e  $E(\hat{\underline{\beta}}) = \underline{\beta}$ . b) son consistentes; es decir, los estimadores convergen a los verdaderos parámetros a medida que  $n$  tiende a  $\infty$ . c) Son eficientes; es decir, tienen mínima variancia y d) son suficientes; es decir, agotan toda la información de los datos experimentales (7). No es propósito nuestro demostrar esas propiedades, pero referimos al lector a los extensos trabajos de Fisher (20) y textos de estadística.

En el caso particular de nuestras funciones tenemos:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \epsilon_i \quad [ 28 ]$$

La suma de cuadrados del error  $\epsilon_i$ , se hace lo más pequeño posible para calcular  $\underline{\beta}$ , estimador mínimo cuadrático, como sigue: (37)

$$Y = X\underline{\beta} + e \quad [ 29 ]$$

$$\min_{\{\underline{\beta}\}} \{ \underline{e}'\underline{e} \} = \min_{\{\underline{\beta}\}} \{ (\underline{Y} - X\underline{\beta})'(\underline{Y} - X\underline{\beta}) \} \quad [ 30 ]$$

$$= \min_{\{\underline{\beta}\}} \{ (Y'Y - 2\underline{\beta}'X'Y + \underline{\beta}'X'X\underline{\beta}) \} \quad [ 31 ]$$

$$d(\underline{e}'\underline{e})/d\underline{\beta} = -2X'Y + 2X'X\underline{\beta} = 0 \quad [ 32 ]$$

$$X'X\underline{\beta} = X'Y \quad [ 33 ]$$

$$\underline{\beta} = (X'X)^{-1}X'Y \quad [ 34 ]$$

Los estimadores  $\hat{\underline{\beta}}$ , se utilizan para obtener las predicciones correspondientes a los valores observados  $Y_i$ , como sigue:

$$Y_i = \hat{\beta}_1 X_{i1} + \hat{\beta}_2 X_{i2} + \dots \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad [357]$$

en términos de matrices

$$Y_i = X (X'X)^{-1} X'Y \quad [367]$$

y las variaciones de estas predicciones (30 44) son :

$$\text{Var}(Y) = X (X'X)^{-1} X' \sigma^2 \quad [377]$$

La determinación de los puntos estacionarios se realiza por minimización de la función considerada, para ello, se halla la derivada primera con respecto a la variable independiente, se iguala a cero y se despeja  $X$  así, el punto estacionario de la función cuadrática, será:

$$\begin{aligned} Y_i &= \beta_0 + \beta_1 X_i + \beta_2 X_i^2 \\ dY/dX &= \beta_1 + 2 \beta_2 X = 0 \\ \hat{X} &= -\beta_1 / 2 \beta_2 \end{aligned} \quad [387]$$

El parámetro  $\beta_1$ , es siempre mayor que cero, en cambio, el parámetro  $\beta_2$  es siempre negativo, por tanto  $\hat{X}$  es necesariamente el valor de la abcisa que determina el máximo físico de producción, (37).

El máximo número de mazorcas se obtiene a su vez, por maximización de la función  $Y_i$ , donde  $X$  se reemplaza por  $\hat{X}$ , así:

$$\begin{aligned} \max \{ \hat{Y} \} &= \beta_0 + \beta_1 (-\beta_1 / 2 \beta_2) + \beta_2 (-\beta_1 / 2 \beta_2)^2 \\ \max \{ \hat{Y} \} &= -(\beta_1^2 / 4 \beta_2) + \beta_0 \end{aligned} \quad [397]$$

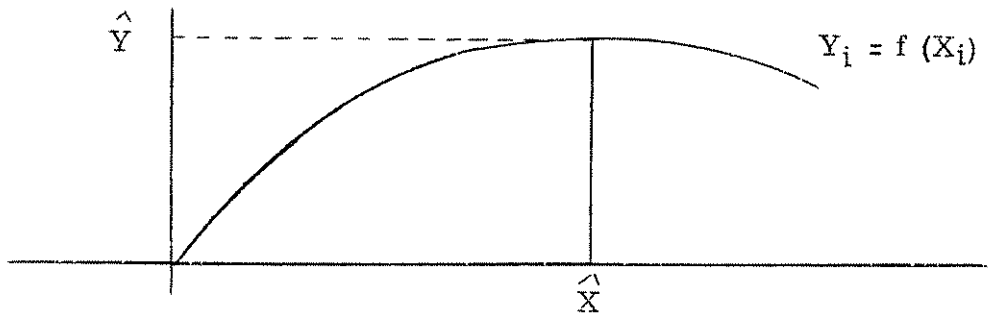
El punto estacionario de la función raíz cuadrática, se obtiene de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
 Y_i &= \beta_1 X_i + \beta_2 \sqrt{X_i} \\
 dY/dX &= \beta_1 + \beta_2 / (2 \sqrt{X}) = 0 \\
 \hat{X} &= (-\beta_2 / 2 \beta_1)^2
 \end{aligned}
 \tag{40}$$

En forma similar obtenemos el punto estacionario de la función gamma.

$$\begin{aligned}
 Y_j &= \beta_0 e^{-\beta_1 X} X^{\beta_2} \\
 \ln Y &= \ln \beta_0 - \beta_1 X + \beta_2 \ln X \\
 dY/dX &= -\beta_1 - \beta_2 / X = 0 \\
 \hat{X} &= -\beta_2 / \beta_1
 \end{aligned}
 \tag{41}$$

Esquemáticamente tendremos :



### 3.5. Función periódica.

Una función  $f$ , tal que  $f(X + T) = f(X)$ , para algún valor positivo de  $T$ , y para todas las  $X$ , recibe el nombre de función periódica. Son ejemplos típicos las funciones seno, coseno, etc., que de una manera general se expresa por :

$$Y_i = A \text{ sen } (BX + T)
 \tag{42}$$

En esta relación fundamental, será necesario distinguir claramente; la amplitud, período y ángulo de fase, para ello partimos de:

$$Y_i = \text{sen } X_i \quad [ 43 ]$$

$$Y_i = A \text{ sen } X_i \quad [ 44 ]$$

$$Y_i = \text{sen } B X_i \quad [ 45 ]$$

$$Y_i = A \text{ sen } B X_i \quad [ 46 ]$$

$$Y_i = \text{sen } ( X_i + T ) \quad [ 47 ]$$

$$Y_i = \text{sen } ( B X_i + T ) \quad [ 48 ]$$

$$Y_i = A \text{ sen } ( B X_i + T ) \quad [ 49 ]$$

Cuyos valores tabulados se acompañan en el Cuadro 2, construido con ayuda de las tablas de Allendoerfer y Oakley (5) y Figura 2.

Cuadro 2. Siete formas de la función armónica sen de X.

Grados	[ 43 ]	[ 44 ]	[ 45 ]	[ 46 ]	[ 47 ]	[ 48 ]	[ 49 ]
0	0.000	0.000	0.000	0.500	0.500	0.500	0.500
30	0.500	1.500	0.259	0.786	0.707	0.707	2.121
45	0.707	2.121	0.383	1.050	0.866	0.793	2.370
60	0.866	2.598	0.500	1.500	1.00	0.866	2.598
90	1.000	3.000	0.707	2.121	0.866	0.966	2.980
120	0.866	2.598	0.866	2.598	0.707	1.000	3.000
135	0.707	2.121	0.924	2.760	0.500	0.990	2.980
150	0.500	1.500	0.966	2.890	0.000	0.960	2.880
180	0.000	0.000	1.000	3.000	0.500	0.850	2.550



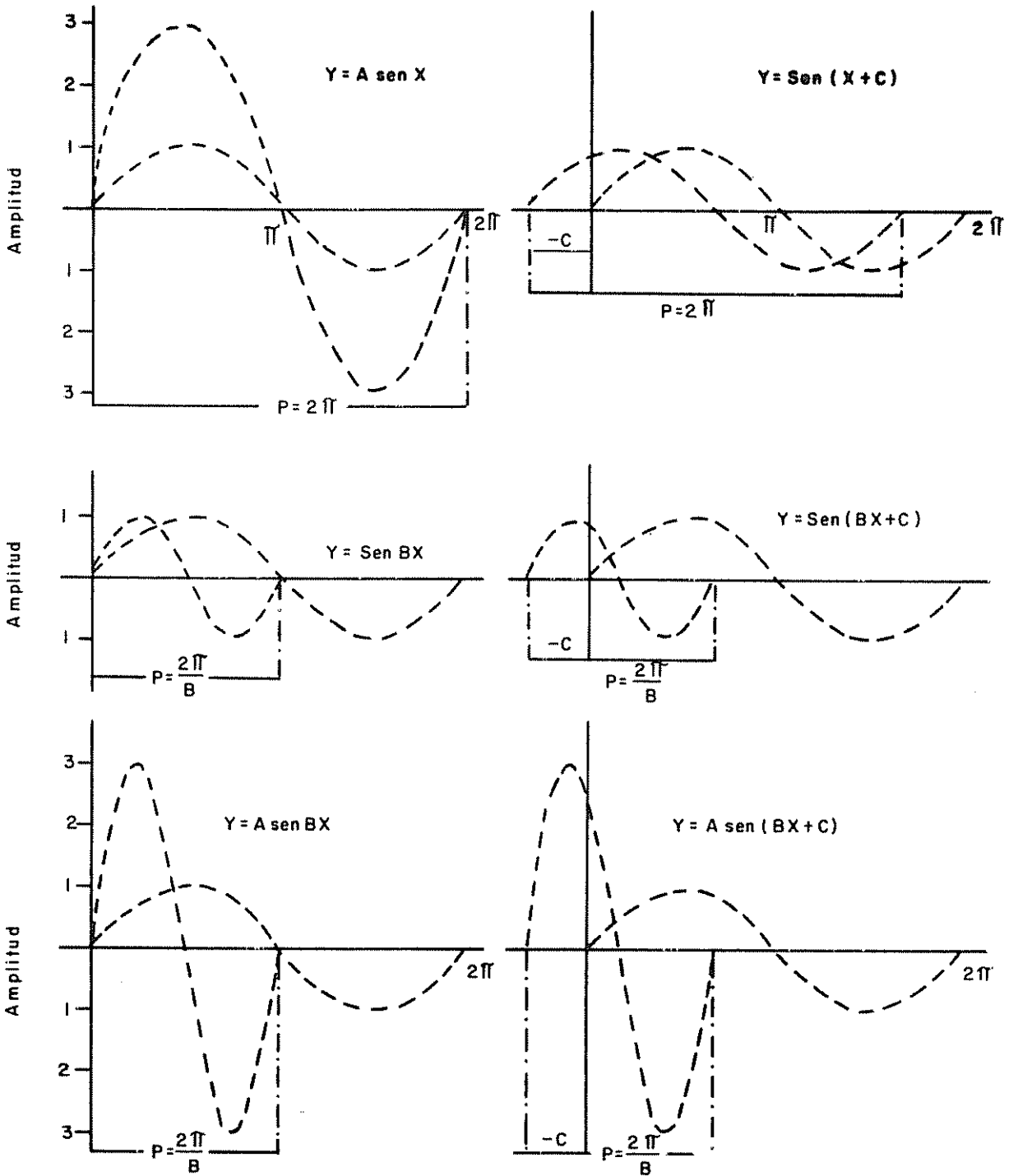


Fig. 2 Funciones periódicas del seno de X, amplitud, período y ángulo de fase

En la función [44]  $Y=A \text{ sen } X$ ; A, representa la amplitud de la onda del seno. El período de ambas es  $p= 2$ .

En la función [45]  $Y = \text{sen } B X$ ;  $2 \pi/B$  es el período ;  $B = \frac{1}{2}$ ,

En la función [46]  $Y = \text{sen } (X + T)$ ; ( $T < 0$ ), la constante T, se llama desfase y lleva signo negativo.

Para describir la variación de la función periódica determinamos los cuatro primeros armónicos considerando la variable T en función de la serie:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_{11} \text{ sen } (360^\circ 1T/P) + \beta_{21} \text{ cos } (360^\circ 1T/P) + \text{sen } (360^\circ 2T/P) + \beta_{22} \text{ cos } (360^\circ 2T/P) + \dots \quad [50]$$

Existen únicamente,  $N/2$  cosenos, por lo que la serie completa de Fourier será:

$$Y_i = \beta_0 + \sum_{i=1}^{N/2} ( \beta_{1i} \text{ sen } (360^\circ iT/P) + \beta_{2i} \text{ cos } (360^\circ iT/P) ) \quad [51]$$

donde:

$Y_i$  = Número de mazorcas

$\beta_0$  =  $\Sigma Y_i/N$

N = Número de observaciones

T = Años

i = Orden del armónico

P = Período fundamental

$\beta_{1i}$  y  $\beta_{2i}$ , se estiman del siguiente sistema de ecuaciones (6):

$$\begin{bmatrix}
 \text{sen}(360^\circ i_1/P) & \text{sen}(360^\circ i_2/P) & \dots & \text{cos}(360^\circ i_1/P) \\
 \vdots & \vdots & & \vdots \\
 \vdots & \vdots & & \vdots \\
 \vdots & \vdots & & \vdots \\
 \text{sen}(360^\circ i_n/P) & \dots & \dots & \text{cos}(360^\circ i_n/P)
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 \beta_{1n} \\
 \vdots \\
 \vdots \\
 \beta_{2n/2}
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 Y_1 \\
 \vdots \\
 \vdots \\
 Y_n
 \end{bmatrix}
 \quad [52]$$

En forma de matrices tenemos:

$$X \underline{\beta} = \underline{Y} \quad [53]$$

donde:

$X$  = Diseño matriz

$\beta$  = Vector de parámetros

$\underline{Y}$  = Vector de respuesta en número de mazorcas por árbol.

La solución inmediata es:

$$\beta = (X'X)^{-1} X'Y \quad [54]$$

Porque  $(X'X)$  es completamente ortogonal (29, 37), i.e:

$$X'X = \begin{bmatrix}
 n/2 & & & 0 \\
 & n/2 & & \\
 & & n/2 & \\
 & & & \ddots \\
 0 & & & & n
 \end{bmatrix} \quad [55]$$

De esto obtenemos:

$$\begin{bmatrix}
 \beta_{1n} \\
 \vdots \\
 \vdots \\
 \beta_{2n/2}
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 1/(N/2) \sum_{i=0} X \text{sen } iT \\
 \vdots \\
 1/(N/2) \sum_{i=0} X \text{cos } iT
 \end{bmatrix} \quad [56]$$

Con estos armónicos calculamos las amplitudes:

$$C_i = \sqrt{\beta_{1i}^2 + \beta_{2i}^2} \quad [57]$$

Igualmente los espectros:

$$C_i^2/2$$

Sumando los cuadrados de los desvíos de los rendimientos del número de mazorcas por año en relación la media de 9 años tendremos:

$$\sum (X - \bar{X})^2 = N/2 (\beta_{11}^2 + \beta_{21}^2 + \beta_{12}^2 + \dots + \beta_{24}^2) \quad [58]$$

De esta manera se descompone la variación total entre años, en 8 componentes ortogonales y desde luego cada uno con un grado de libertad.

Si agrupamos los términos de  $\beta_{li}$  en [57], obtenemos:

$$\begin{aligned} \beta_{1i} \cos iT + \beta_{2i} \sin iT &= C_i (\sin A_i \cos iT + \cos A_i \sin iT) \\ &= C_i \sin (iT + A_i) \end{aligned} \quad [59]$$

donde:

$$C_i^2 = \beta_{1i}^2 + \beta_{2i}^2 \quad [60]$$

De esta manera la variación total, se descompone en 4 ondas senoidales de la forma:

$$C_i = \sin (40_i + A_i) \quad [61]$$

Con un período igual a  $9/i$  años, amplitud  $C_i$  y un ángulo de fase  $A_i$ .

#### 4. RESULTADOS

En los Cuadros 1 a 9 del Apéndice, se presentan los rendimientos del número de mazorcas por parcela útil de 16 plantas, de los cultivares Martina, UF-613 Pol. Ab., UF-650 Pol. Ab., SCA-6 x ICS-1, SCA-6 x IMC-67 y SCA-12 x EET-62. En los mismos Cuadros se presentan también las sumas y los promedios de 5 repeticiones.

En el período inicial de producción 1961-1962, se destaca la ausencia de mazorcas de cacao en los tres primeros cultivares, mientras que los híbridos ya inician la producción a ritmo acelerado. La media general de cada período aumenta progresivamente hasta el cuarto año, y de este en adelante se presenta una oscilación en la producción hasta el período 1969-1970, indicando que la variabilidad de producción del cacao como función de la edad se ajusta a un patrón cíclico antes que a un función simple de producción, independientemente de la naturaleza del cultivar. Esta observación también se cumple si se analiza la producción en forma aislada para cada cultivar, confirmando la influencia de factores externos sobre la capacidad productiva del cultivar.

La evaluación estadística de la producción del cacao, se basó sobre el número de mazorcas por árbol. Antes de tomar la decisión de utilizar esta variable como criterio, se correlacionó ésta con el peso de la semilla húmeda. Los coeficientes de correlación ( $r$ ) obtenidos, se presentan en el Cuadro 3. La altísima correlación positiva entre el número de mazorcas y el peso de las semillas húmedas de los 6 cultivares, fué el factor determinante para que en el presente estudio, se utilice como datos experimentales el número de mazorcas por árbol.

Cuadro 3. Correlación entre el número de mazorcas de cacao y el peso de la semilla húmeda en 6 cultivares.

Cultivar	G. L.	$\bar{Y}$ Mazorcas	$\bar{Y}$ Peso Húmedo	$r \times 100$
Matina	43	9.58	1.136	99.80
UF-613 Pol. Ab.	43	9.16	1.154	99.90
UF-650 Pol. Ab.	43	10.62	1.381	99.80
SCA-6 x ICS-1	43	22.15	2.992	99.00
SCA-6 x IMC-67	43	23.29	2.580	99.00
SCA-12 x EET-62	43	23.23	2.778	98.00

Al hacer el análisis estadístico de los datos de producción acumulados en los 9 años, se encontró que entre los cultivares de polinización abierta Matina, UF-613 y UF-650, no existen diferencias apreciables ( $P > 0.05$ ) en los promedios de producción de número de mazorcas por árbol, tampoco se detectó, diferencias significativas entre los híbridos SCA-6 x ICS-1, SCA-6 x IMC-67 y SCA-12 x EET-62. En cambio, se detecta diferencia altamente significativa comparando el grupo de híbridos con las descendencias de polinización abierta, esto es atribuible a características genéticas antes que a efectos ambientales.

4.1. Uso de las funciones elementales para describir la tendencia de la producción de cacao.

En el Cuadro 4, se trata de explicar la tendencia de la producción de cacao por medio de los parámetros de las funciones cuadrática y gamma.

Cuadro 4. Parámetros correspondientes a los modelos elementales  $Y = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 X^2$ ,  $Y = \beta_0 + \beta_1 \sqrt{X} + \beta_2 X$  y  $Y = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 X^2$ , y  $Y = \beta_0 + \beta_1 \sqrt{X} + \beta_2 X$  aplicados a datos de 9 años de producción expresado en número de frutos por árbol.

Cultivar	Función	$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	$R^2 \times 100$	Año de máxima producción $\bar{x}$	Producción máxima $\bar{y}$
<b>Cuadrática</b>							
Matina							
UF-613 Pol. Ab.		7.075	6.225	- 0.457	86.20	6.8	14.1
UF-650 Pol. Ab.		4.443	5.564	- 0.449	71.90	6.2	12.8
SCA-6 x ICS-1		5.237	6.428	- 0.514	61.40	6.2	14.8
SCA-6 x IMC-67		2.426	11.827	- 1.092	59.70	5.4	29.6
SCA-12 x EET-62		1.469	9.094	- 0.747	57.40	6.1	29.1
		6.150	8.613	- 0.820	51.30	5.2	28.8
<b>Raíz Cuadrática</b>							
Matina							
UF-613 Pol. Ab.		23.550	26.576	- 4.776	81.40	7.7	13.4
UF-650 Pol. Ab.		24.556	30.305	- 6.257	74.60	5.9	12.1
SCA-6 x ICS-1		29.262	35.777	- 7.374	65.40	5.9	14.1
SCA-6 x IMC-67		56.789	79.539	- 18.339	73.10	4.7	29.4
SCA-12 x EET-62		36.762	55.532	- 11.817	66.50	5.5	23.5
		35.218	60.321	- 14.189	64.90	4.5	28.9
<b>Gamma</b>							
Matina							
UF-613 Pol. Ab.		0.014	10.359	- 1.853	93.74	5.6	21.0
UF-650 Pol. Ab.		0.872	3.795	- 0.795	96.22	5.6	14.0
SCA-6 x ICS-1		0.020	10.810	- 2.022	90.66	5.3	20.1
SCA-6 x IMC-67		5.223	3.288	- 0.685	86.79	4.8	33.8
SCA-12 x EET-62		7.727	2.100	- 0.400	83.00	5.2	30.8
		14.149	1.497	- 0.338	78.44	4.4	29.4

Los signos negativos del parámetro  $\beta_0$  de la función cuadrática correspondiente a los cultivares Matina, UF-613 Pol. Ab., UF-650 Pol. Ab. y SCA-6 x ICS-1 aparentemente son irreales, por no tener sentido una producción inicial negativa; sin embargo, esto es explicable por el bajísimo número de mazorcas cosechadas en el primer año de producción que bien puede considerarse como producción cero; en cambio, los cultivares SCA-6 x IMC-67 y SCA-12 x EET-62 producen parámetros  $\beta_0$  positivos, indicando temprana producción inicial de cacao.

Las tasas de aumento de la producción  $\beta_1$  son diferentes en los 6 cultivares; sin embargo, los incrementos anuales de producción más bajos corresponden a los cultivares de polinización abierta donde el cultivar UF-613 Pol. Ab. presenta la tasa de incremento más baja, 5.564 mazorcas por año. Mientras que los híbridos presentan las tasas más altas, así el cultivar SCA-6 x ICS-1 presenta una tasa de aumento de 11.827 mazorcas por año; es decir, el doble de lo que se consiguió en los cultivares de polinización abierta.

Las tasas de disminución de la producción anual de cacao  $\beta_2$ , son todos negativos, constituyendo clara indicación de que la máxima producción física ya tuvo lugar en el período experimental considerado; los tres primeros cultivares, presentan tasas de decaimiento bajas 0.457 mazorcas por árbol por año para el cultivar Matina; por otra parte, los cruces de Sca-vina presentan tasas más dramáticas. Considerando simultáneamente los parámetros  $\beta_1$  y  $\beta_2$  del mismo modelo y observando las Figuras 3 a 8 podríamos sostener que los cultivares de polinización cruzada llegan rápidamente a un máximo de producción para caer senciblemente, mientras que



los de polinización abierta y Matina, presentan un rendimiento sostenido en los 9 años considerados.

Los coeficientes de confiabilidad  $R^2$ , varían de 51.30% a 86.20%; sin embargo, merece destacar que los híbridos ajustan poco al modelo cuadrático en comparación con Matina y los de polinización abierta de clones UF.

Los datos cuando fueron ajustados al modelo de la raíz cuadrática originaron diversos parámetros que se presentan en el Cuadro 4. Particularmente los  $\rho_0$ , son todos negativos, variando en magnitud desde -23.6 hasta -56.8 indicando una producción inicial bajísima que válidamente asociamos a producciones cero. Los parámetros  $\rho_1$ , de los cultivares de polinización abierta fluctúan entre 26.6 y 35.8; mientras que en los híbridos de Scavina entre 55.5 y 79.5, en magnitud son el doble o más indicando un aumento acelerado de la producción. Los parámetros  $\rho_2$  son todos negativos y muy similares dentro de los grupos híbridos y de polinización abierta; los últimos ajustan mejor a la función considerada a causa de que sus coeficientes de confiabilidad  $R^2$  llegan hasta 81.40% superando visiblemente al grupo híbrido.

Los parámetros del modelo gamma, también se presentan en el Cuadro 4 los 3 primeros parámetros  $\rho_0$  están muy próximos a cero, mientras que los  $\rho_0$  de los híbridos son considerables en magnitud llegando hasta 14.15 para el cultivar SCA-12 x EET-62, indicando una alta producción inicial. Los diferentes parámetros  $\rho_1$  y  $\rho_2$  de éste modelo son variables en magnitud, pero siempre con el mismo signo conforme a lo que se esperaba. La confiabilidad del modelo es alta, fluctúa desde 90.70% hasta

93.70% para los 2 clones UF y cacao ordinario y entre 78.44% a 86.80% para los híbridos interclonales de Scavina.

En general, los modelos cuadrático y raíz cuadrática presentan una desventaja si se compara con el modelo gamma. Suponen, un ascenso y un descenso simétricos en torno al punto estacionario de máxima producción física; es decir, supone una disminución constante de la producción de cacao una vez que se llega al año de máximo rendimiento. Esta es la razón por el que los datos experimentales se ajustan solamente a la primera porción de las funciones parabólica y raíz cuadrática, resultando poco aplicables a las producciones obtenidas después del sexto año de producción inicial. Por otra parte, la función raíz cuadrática tiene mejores propiedades de ajustar que la cuadrática pura, ya que teóricamente presenta un 'plateau' de rendimiento más sostenido. De un modo general, existe ganancia neta en el grado de confiabilidad del modelo a medida que se pasa de la cuadrática pura a la raíz cuadrática y de esta al modelo gamma, en promedio sus confiabilidades son 64.5%, 71.0% y 88.2% respectivamente,

Los 6 cultivares de cacao, están en la etapa relativamente joven de su vida, ya que solamente cuentan con 13 años de vida y 9 años iniciales de producción, esta es otra de las razones para que se investiguen otros modelos competitivos; sin embargo, las funciones elementales mencionadas anteriormente, permiten detectar el año en que se esperaría obtener la máxima producción por planta. La derivada primera de cada función igualada a cero, produjo puntos estacionarios  $\hat{X}_i$ , que por sustitución en los modelos originales, produce los máximos rendimientos esperados  $\hat{Y}_i$ ,

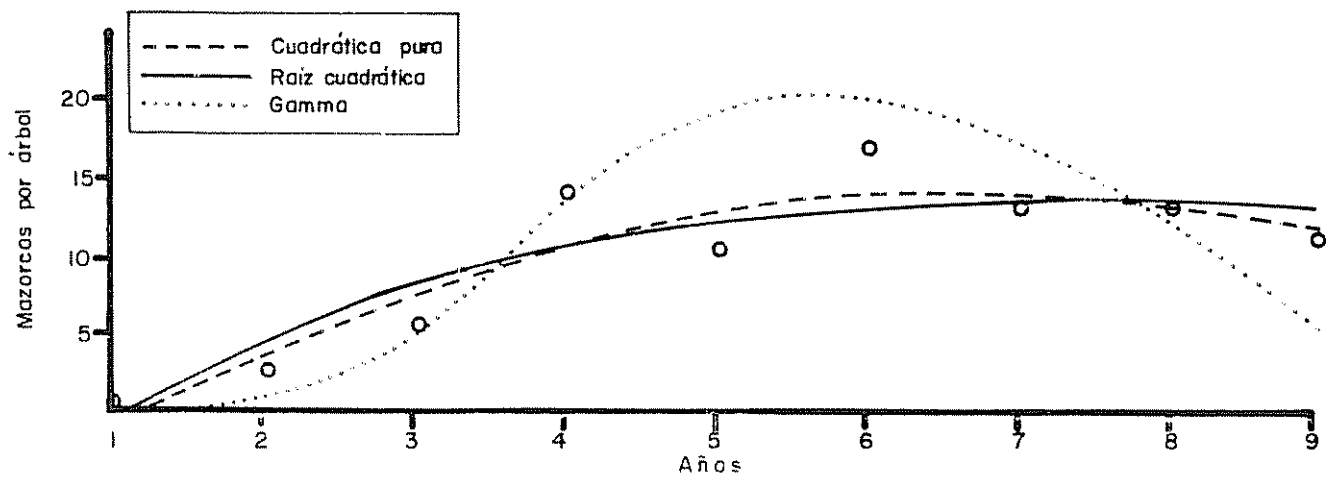


Fig. 3 Curvas de respuesta según tres funciones sencillas de producción. Cultivar Matina

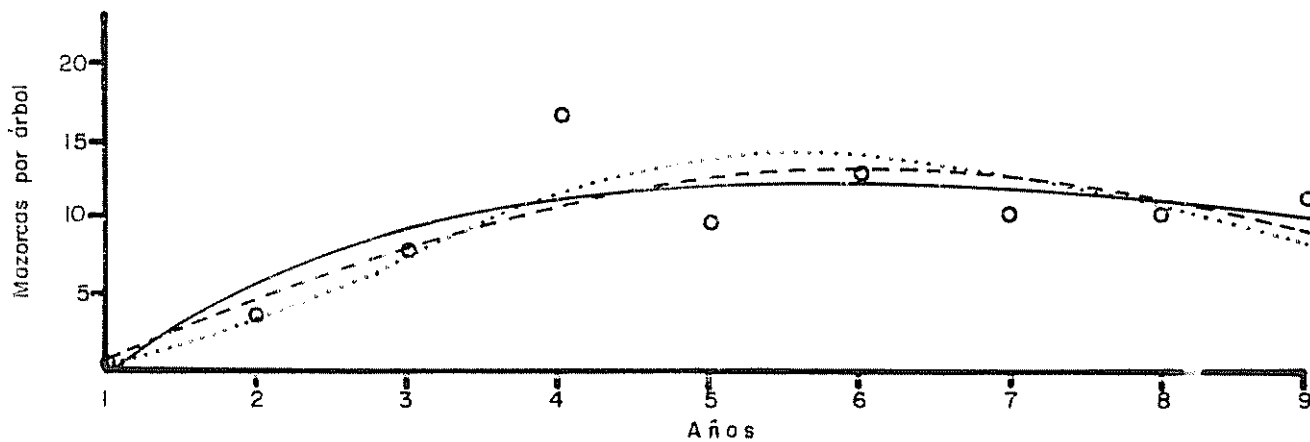


Fig. 4 Curvas de respuesta según tres funciones sencillas de producción. Cultivar UF-613 Pol. Ab

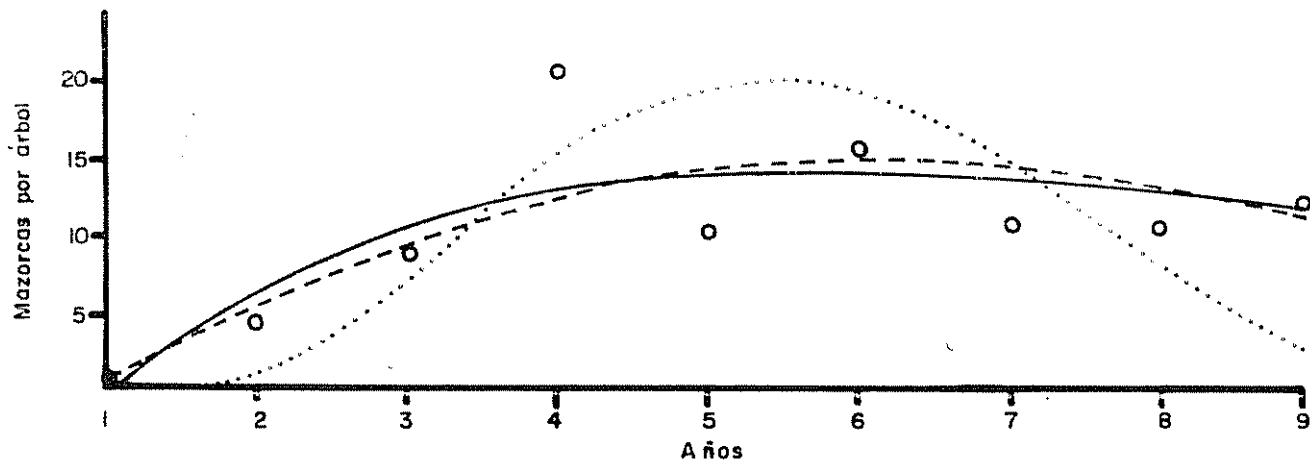
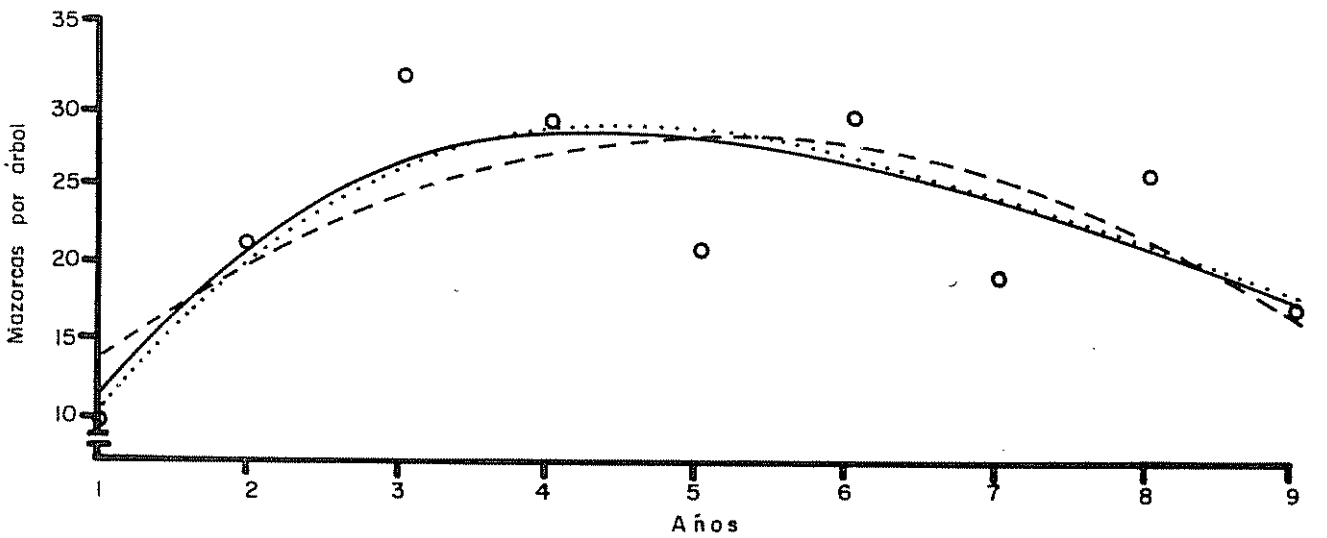
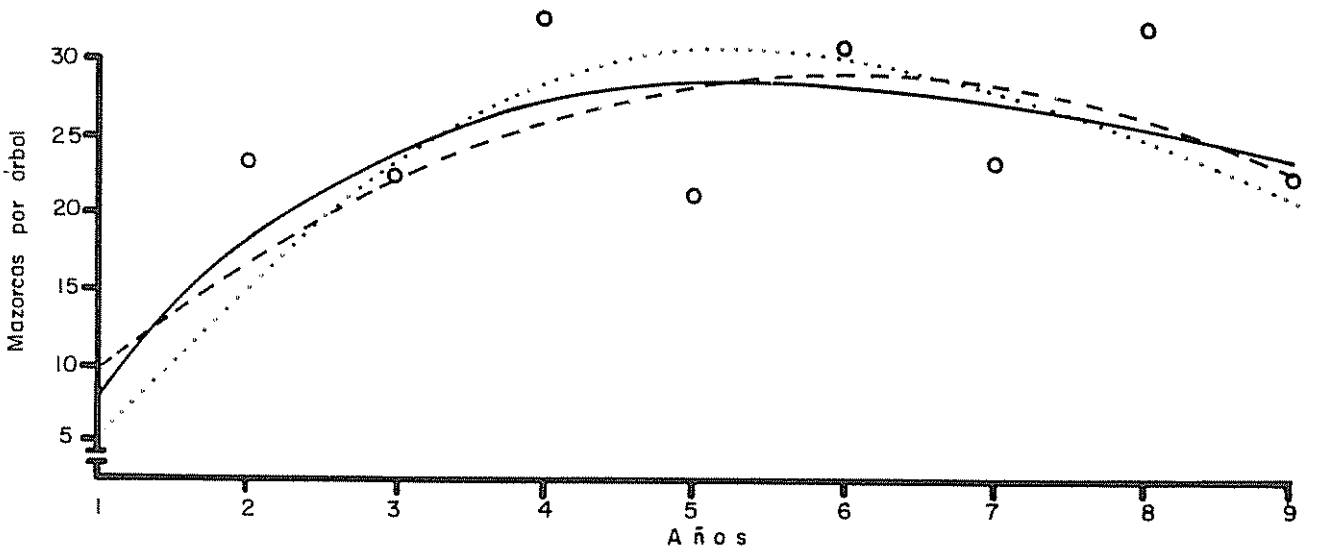
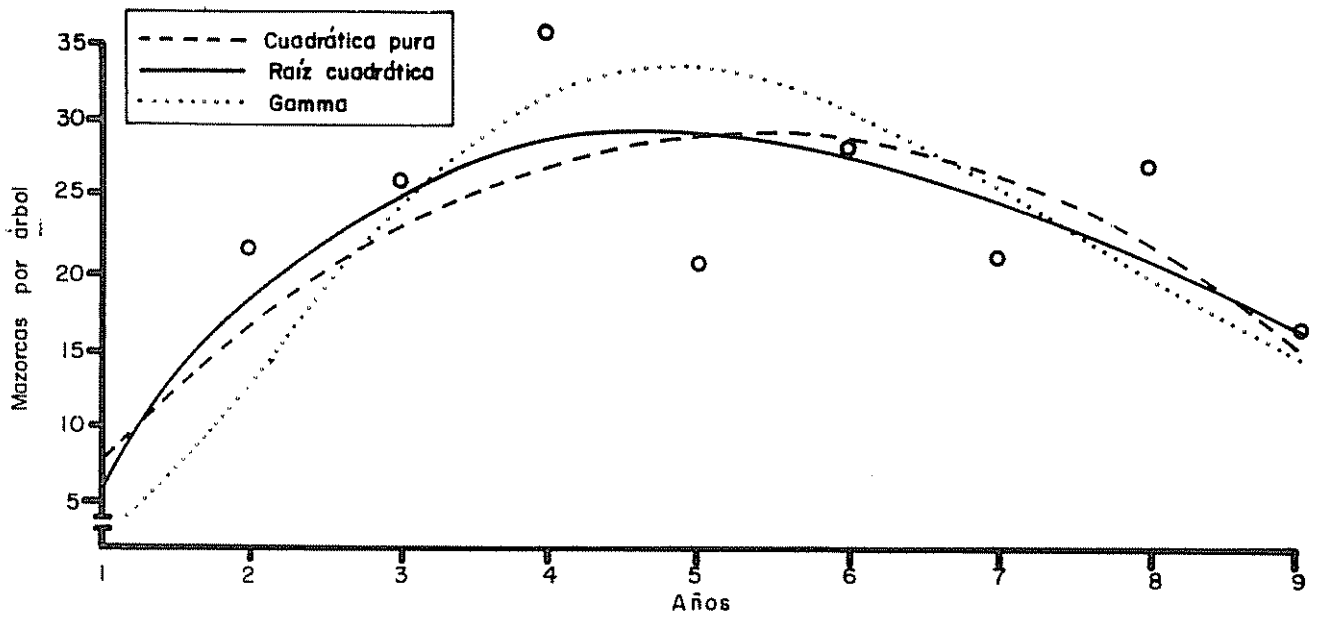


Fig. 5 Curvas de respuesta según tres funciones sencillas de producción. Cultivar UF-650 Pol. Ab



tal como se presenta en las dos últimas columnas del Cuadro 4.

Observando los diferentes puntos estacionarios, se notan diferencias de modelo a modelo; así el cuadrático puro detecta que la máxima producción ocurre a los 6.4 años en los 3 primeros cultivares, mientras que ya a los 5.5 años ocurrió el máximo pico en los híbridos, el comportamiento es paralelo en los modelos raíz cuadrática y gamma, aunque para diferentes fechas. Es notable que la diferencia en ocurrencia del punto estacionario es siempre de un año en favor de los híbridos, independientemente del modelo considerado.

La magnitud de los parámetros  $\rho_0$ ,  $\rho_1$ , y  $\rho_2$ , los coeficientes de confiabilidad de  $R^2$  y los puntos estacionarios  $X_i$  donde se produce el máximo de las tres funciones elementales, permiten agrupar a los cultivares Matina, UF-613 Pol. Ab. y UF-600<sup>5</sup> Pol. Ab., bajo un patrón similar de variabilidad de la producción de acuerdo con la edad; caracterizada fundamentalmente por tasas de incremento y disminución de producción relativamente bajas. Bajo otro patrón de variabilidad, se agrupan los cultivares de polinización cruzada, con tasas de incremento y decremento mucho más dramáticas y ocurrencia del punto estacionario de máxima producción física en la etapa muy temprana.

De una manera general, las tres funciones elementales de producción consideradas, como segmento, explican la producción de cacao en los estados iniciales de producción de cacao en los estados iniciales de producción.

#### 4.2. Función de Fourier para explicar la variabilidad mensual de la producción de cacao.

Se realiza un análisis armónico preliminar, para describir la oscilación mensual y determinar los picos de máxima producción dentro del

Cuadro 5. Parámetros de la serie de Fourier correspondientes a la variación mensual de producción de cacao.

Onda Cultivar	$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	$C_i$	$C_i\%$	Angulo de Fase
Matina	15.500					
1		1.426	-1.020	1.753	11.31	125° 34'
2		-2.791	-2.179	3.541	22.77	232° 02'
3		-0.433	-0.499	0.661	4.25	220° 51'
4		1.175	1.082	1.597	10.30	47° 22'
5		0.156	0.220	0.270	1.74	35° 37'
6		0.233	-	0.233	1.50	89° 45'
UF - 613 Pol.Ab. 15.000						
1		0.986	-0.135	0.995	6.63	97° 48'
2		-2.699	-2.222	3.496	23.30	230° 32'
3		-0.883	-0.816	1.202	8.01	227° 16'
4		0.800	0.894	0.273	8.00	41° 49'
5		-0.053	0.268	0.300	1.82	348° 49'
6		0.300	-	-	2.00	89° 49'
UF - 650 Pol.Ab. 17.270						
1		0.491	-0.306	0.578	3.34	90° 11'
2		-2.466	-2.973	3.863	22.35	219° 41'
3		-0.500	-0.499	0.704	4.08	225° 04'
4		0.016	1.327	1.327	7.68	0° 42'
5		0.058	0.356	0.361	2.09	9° 15'
6		0.733	-	0.733	4.24	89° 56'
SCA-6 x ICS-1	34.733					
1		2.820	1.915	3.409	9.81	55° 50'
2		0.441	-4.777	4.797	13.81	174° 44'
3		-2.116	0.550	2.186	6.29	284° 34'
4		1.258	1.226	1.756	5.05	45° 44'
5		-0.513	2.434	2.439	7.02	356° 24'
6		1.366	-	1.366	3.93	89° 58'
SCA-6 x IMC-67	37.716					
1		3.709	-1.432	3.976	10.50	111° 06'
2		-1.166	-4.416	4.567	12.10	195° 02'
3		-1.500	-0.016	1.500	3.97	269° 23'
4		1.666	0.433	1.721	4.56	75° 26'
5		-0.909	1.165	1.478	3.91	142° 02'
6		1.083	-	1.083	2.87	89° 57'
SCA-12 x EET-62	35.750					
1		4.694	-0.599	4.732	13.23	48° 40'
2		-1.633	-2.944	3.367	9.41	29° 01'
3		-1.916	0.100	1.918	5.36	87° 01'
4		1.649	1.125	1.996	5.58	55° 42'
5		-0.877	1.449	1.694	4.73	31° 11'
6		0.616	-	0.616	1.72	89° 56'

Cuadro 6. Parámetros de la Serie de Fourier correspondientes a la variación anual de producción de cacao.

Onda	Cultivar	$B_0$	$R_1$	$R_2$	$C_i$	$C_i\%$	Angulo de Fase
	Matina	19.156					
1			-5.430	-3.625	6.528	34.08	236° 16'
2			-1.754	-1.635	2.396	12.51	227° 04'
3			-0.711	-1.655	1.801	9.40	203° 14'
4			-1.682	2.108	2.697	14.08	321° 25'
	UF - 613 Pol.Ab.18.333						
1			-4.373	-0.667	4.424	24.13	261° 20'
2			-2.246	-2.668	3.488	19.02	220° 06'
3			-0.100	-1.482	1.485	8.10	183° 52'
4			-2.047	1.578	2.584	14.10	307° 37'
	UF - 650 Pol.Ab. 21.222						
1			-5.027	-5.341	7.334	34.56	223° 16'
2			-2.554	-3.350	4.213	19.85	223° 47'
3			-0.144	-2.598	2.602	12.26	183° 10'
4			-2.885	2.611	3.891	18.33	312° 09'
	SCA-6 x ICS-1 44.267						
1			-7.381	2.854	7.914	17.87	291° 08'
2			-7.054	-0.313	7.061	15.95	267° 27'
3			-2.633	-0.596	2.700	6.10	257° 14'
4			-3.064	5.088	5.940	13.41	328° 57'
	SCA-6 x IMC-67 46.556						
1			-5.700	-0.853	5.763	12.38	261° 39'
2			-6.644	-1.321	6.774	14.55	258° 45'
3			-3.378	0.847	3.482	7.48	284° 20'
4			-3.356	5.017	6.036	12.96	324° 22'
	SCA-12 x EET-62 46.467						
1			-5.167	3.072	6.011	12.93	300° 44'
2			-5.332	0.564	5.362	11.54	330° 14'
3			-3.600	-2.271	4.252	9.16	237° 45'
4			0.266	3.322	3.333	7.17	4° 34'

año, para cada cultivar por separado; la variación total con período  $P = 12$  meses, se descompone en 6 ondas sinusoidales con períodos:  $P/1$ , determinante de la variación de la onda anual,  $P/2$  para determinar la contribución de variabilidad de la onda semestral,  $P/3$  correspondiente a la onda cuatrimestral,  $P/4$  a la trimestral,  $P/5$  y  $P/6$  a las de menos intervalo de tiempo. Los parámetros  $\rho_{1i}$  y  $\rho_{2i}$  de esta serie que corresponden a los cosenos  $i T$  y senos  $i T$  respectivamente, se presentan en el Cuadro 5.

La función ajustada para el cultivar Matina es:

$$\begin{aligned}
 Y = & 15.50 + 1.426 \cos 30^\circ - 2.791 \cos 60^\circ - 0.433 \cos 90^\circ \\
 & + 1.175 \cos 120^\circ + 0.156 \cos 150^\circ + 0.233 \cos 180^\circ \\
 & - 1.020 \sin 30^\circ + 2.179 \sin 60^\circ + 0.499 \sin 90^\circ \\
 & + 1.082 \sin 120^\circ + 0.220 \sin 150^\circ
 \end{aligned}$$

La máxima amplitud detectada  $C_i$  en el caso particular de este cultivar, corresponde a la onda semestral con 3.541 mazorcas por árbol, matemáticamente esto indica que la oscilación de la función es máxima cada 6 meses, en el sentido biológico quiere decir que existen 2 períodos dentro del año con un ascenso marcadísimo en la producción para formar 2 picos acompañados de sus correspondientes depresiones. Sigue en importancia la onda anual con 1.753 mazorcas por árbol y la onda cuatrimestral con 1.597 mazorcas por árbol, en términos relativos contribuyen en la variación de producción de cacao solamente en 50% de la onda semestral, la quinta y la sexta onda no contribuyen o no alteran la producción de cacao, como se ve en sus amplitudes relativas tan bajas 1.74 y 1.50% respectivamente.

Como las amplitudes dependen de la magnitud de la media, se eliminó



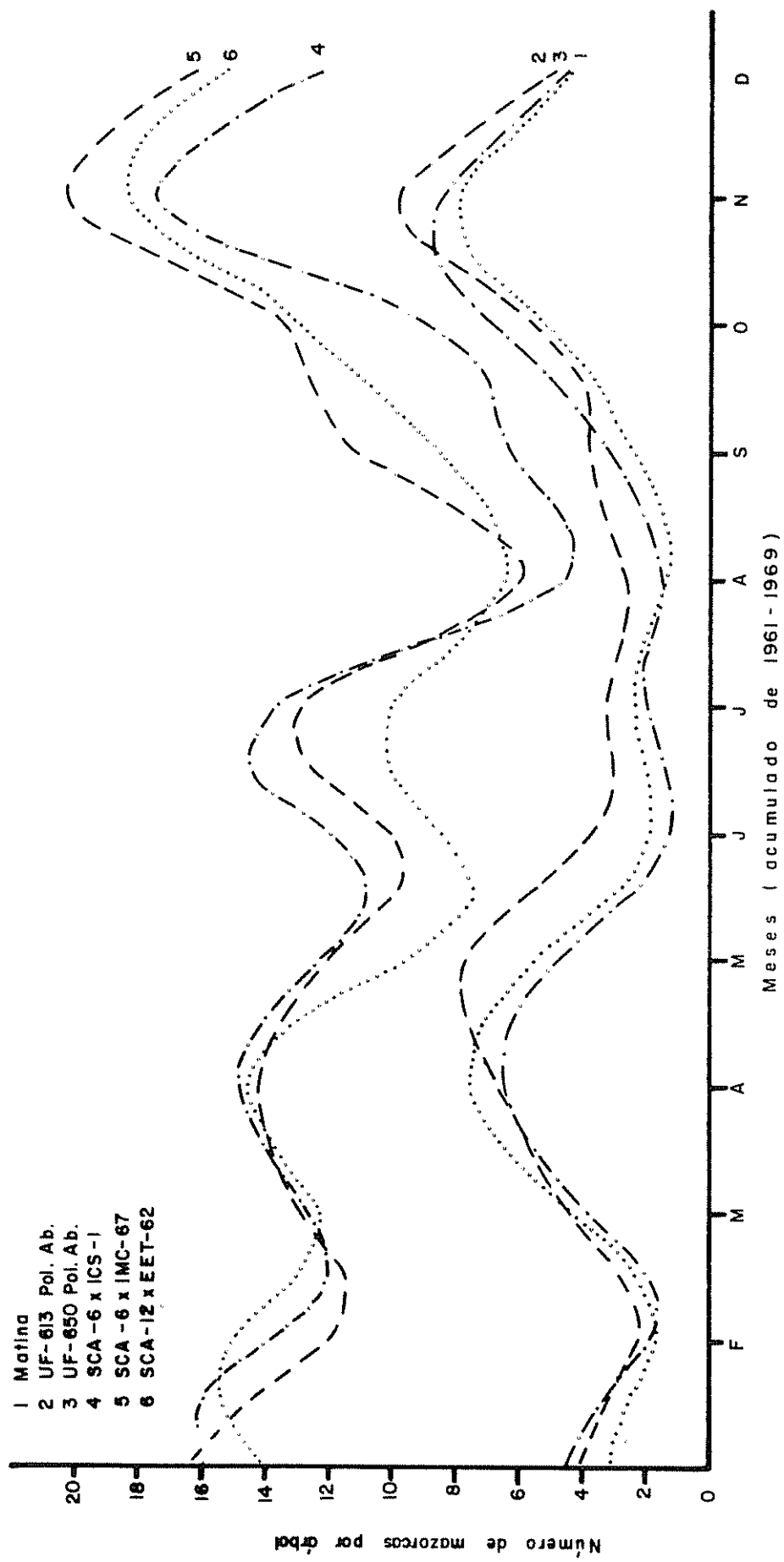


Fig. 9 Oscilación mensual del rendimiento de cacao en 6 cultivares y promedio de 9 años

este efecto, para hacer comparable las amplitudes entre sí, estas nuevas amplitudes relativas y mencionadas anteriormente para el cultivar Matina, se presentan también en el mismo Cuadro 5. Los cultivares de polinización abierta, tienen la onda semestral prácticamente igual; es decir, 23%; las trimestrales muestran apenas pequeñas diferencias al igual que la primera primera y tercera ondas. De un modo general, las dos últimas ondas no contribuyen a la variación total por lo que se podría eliminar estos parámetros de la función sin alterar el ajuste.

Los parámetros correspondientes a los ángulos de desfazamiento, varían entre y dentro los grupos de cultivares y son lo que en última instancia definen el patrón individual. Así, la primera onda del cultivar Matina está desplazada en  $125^{\circ}$  y  $34'$ , mientras que UF-650 Pol. Ab. lo está en  $90^{\circ}$  y  $11'$ . La superposición de las 6 ondas a partir del ángulo de fase, originan las 6 funciones oscilatorias que se presentan en la Figura 9. Notable es la diferencia de comportamiento entre el grupo híbrido y los de polinización abierta, aunque dentro de grupo puede considerarse similar comportamiento.

La producción mensual de mazorcas de cacao de los clones UF y ordinario, presenta dos picos de máximo rendimiento, el primero entre abril y mayo y el segundo en noviembre. Los híbridos interclonales introducidos presentan un pico de máxima producción en noviembre seguido de una baja producción en julio, agosto y setiembre, completando el ciclo con otro pico en abril. De los máximos señalados anteriormente, los correspondientes a noviembre son los más importantes y determinantes de la producción de cacao. Así se detecta una variación bimodal en la producción mensual de

cacao, como lo demuestra el ajuste notable a la Serie Finita de Fourier, ésto explica en parte la periodicidad vegetativa del cacao, que indudablemente está regulada por la influencia de los elementos del clima.

4.3. Función de Fourier para explicar la variabilidad anual de la producción de cacao.

El segundo movimiento de producción oscilatoria de cacao corresponde al movimiento secular en año. La variación total correspondiente a los 9 años iniciales de producción, se descompone en 4 ondas sinusoidales de períodos de 9 años,  $4\frac{1}{2}$  años, 3 años y aproximadamente 2 años, con los que se construye un sistema de 8 ecuaciones con 8 incógnitas:  $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4, \beta_5, \beta_6, \beta_7, \beta_8$ . Los correspondientes diseños matriz se presentan en los Cuadros 18 a 23 del Apéndice.

La función ajustada a Fourier para el cultivar Matina toma la expresión:

$$\begin{aligned}
 Y = & 19.156 - 5.430 \cos 40^\circ - 1.754 \cos 80^\circ - 0.711 \cos 120^\circ \\
 & - 1.682 \cos 160^\circ - 3.625 \sin 40^\circ - 11.635 \sin 80^\circ \\
 & - 1.655 \sin 120^\circ - 2.108 \sin 160^\circ
 \end{aligned}$$

Los parámetros  $\beta_{1i}$  y  $\beta_{2i}$  correspondientes a los cosenos i T y senos i T respectivamente de los restantes cultivares, se presentan en el Cuadro 6. La amplitud de la primera onda es la que contribuye más en la variabilidad de los cultivares de polinización abierta. Así, para Matina la variación es de 6.53 mazorcas por árbol, seguida en orden de magnitud por la segunda y cuarta onda. Visiblemente contribuye muy poco la tercera onda, apenas 1.8 mazorcas por árbol. Esto también se observa en los

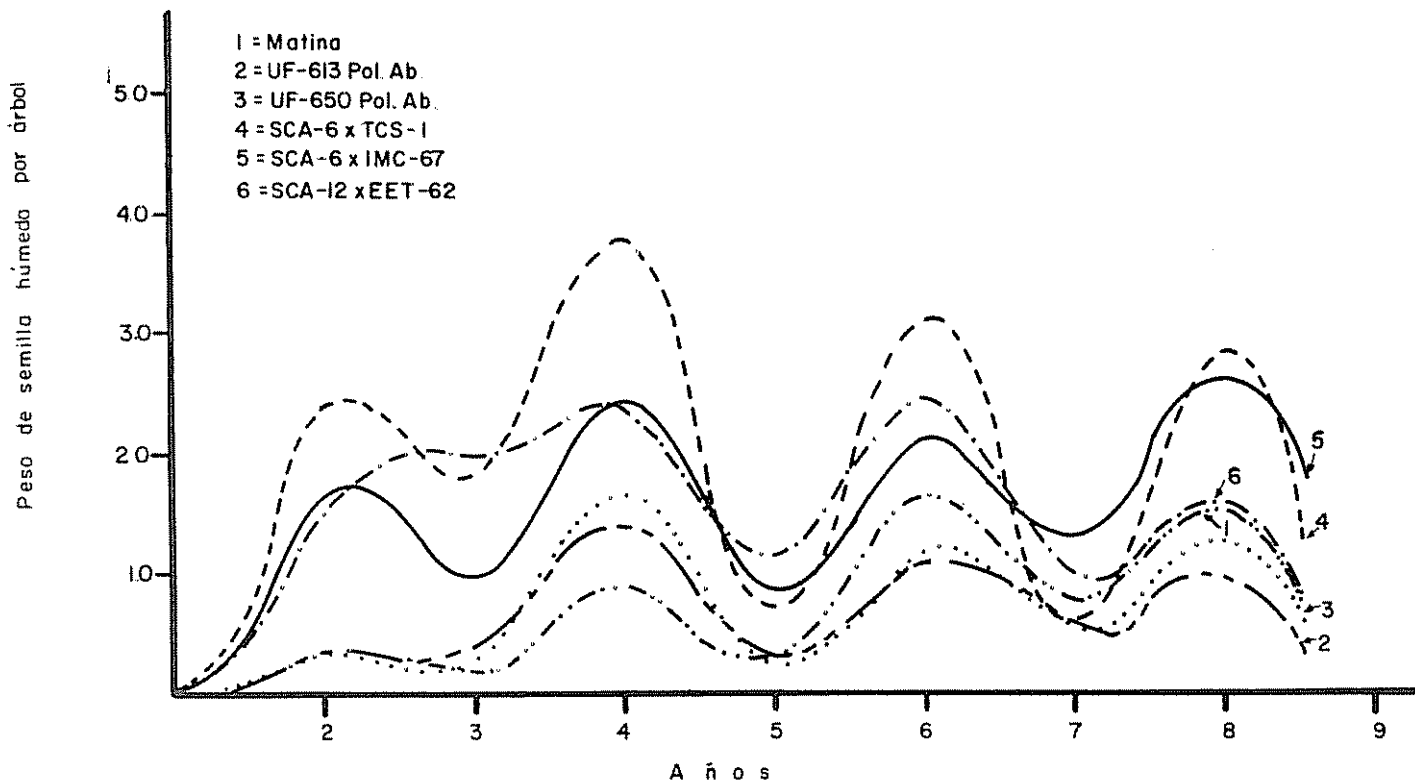


Fig.10 Patrón de variabilidad del peso de la semilla húmeda de 6 cultivares en 9 años de producción

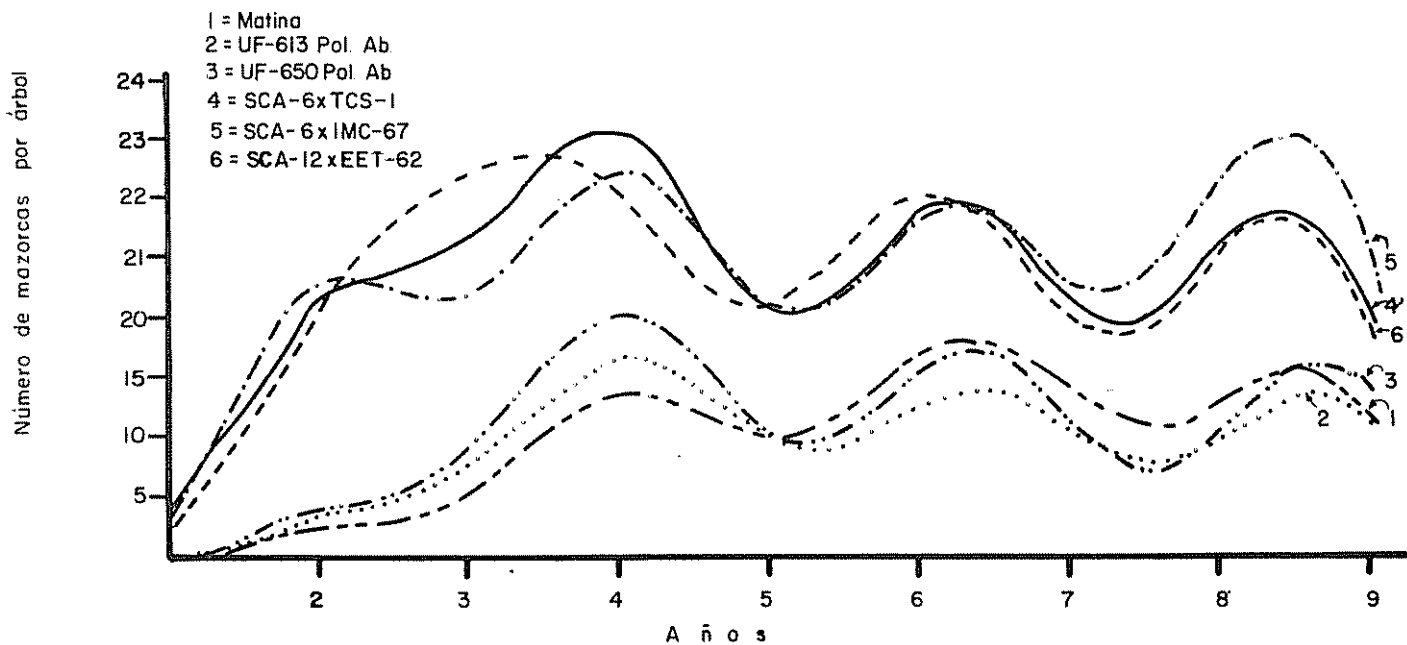


Fig.11 Patrón de variabilidad del peso de la semilla húmeda de 6 cultivares en 9 años de producción

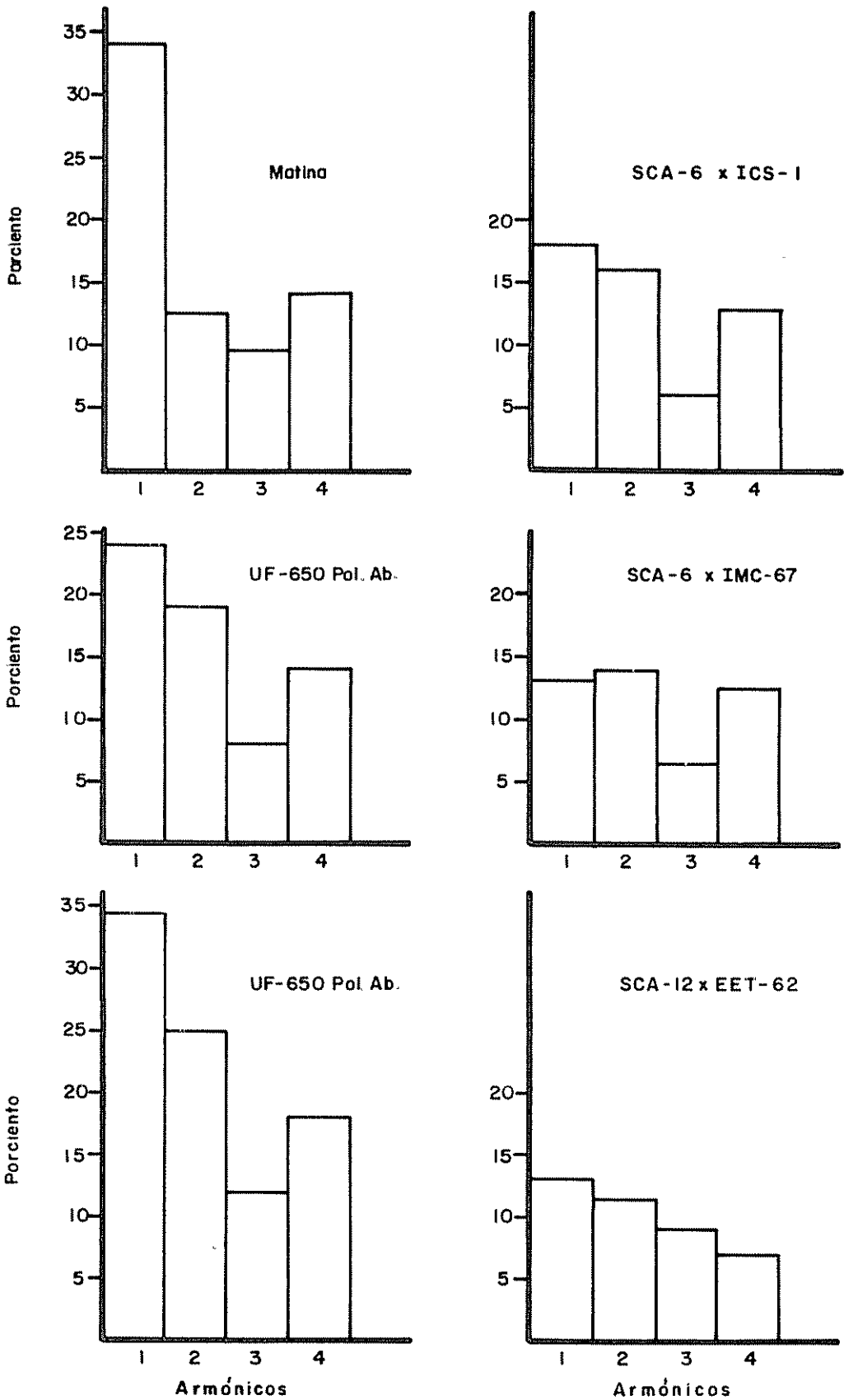


Fig. 12 Contribución de cada uno de los armónicos a la variación total

Número de mazorcas por árbol

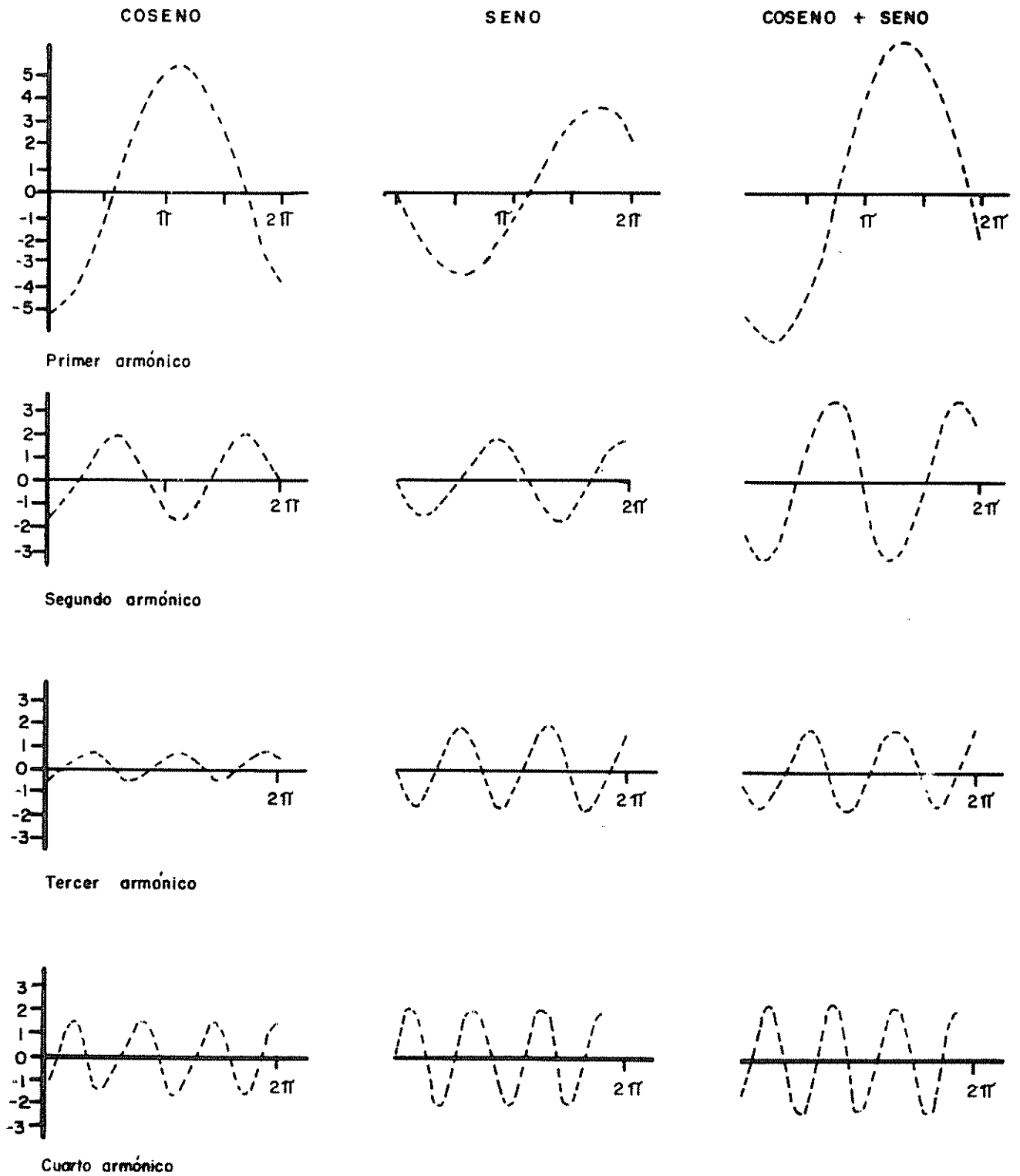


Fig.13 Síntesis de la función ajustada de Fourier para el Cultivo Matina

clones UF, mientras que los híbridos dependen fundamentalmente de las 2 primeras ondas, seguidas de la cuarta y tercera. Para hacer comparables las amplitudes se expresan como porcentajes del promedio, los mismos se presentan en el Cuadro 6. Los parámetros  $C_i$  se utilizan para construir los espectros de los 4 armónicos de la Figura 12, que por si solas explican la importancia relativa de las amplitudes de las 4 ondas en los 6 cultivares. Estas 4 ondas fundamentales, se utilizan para efectuar la síntesis armónica en forma gradual por superposición de los senos y los cosenos esperados. Estas se presentan separadamente para cada cultivar en los Cuadros 24 a 26 del Apéndice. La Figura 13 esquematiza la síntesis gradual del patrón de variabilidad del cultivar Matina. La superposición de estas Figuras permite obtener la función ajustada que se presenta en la Figura 11. Durante los 9 años, la producción de cacao sube y baja paulatinamente, siendo notable la coincidencia de los picos y las depresiones en los 6 cultivares. Este hecho, constituye el argumento fundamental para no seguir investigando otros modelos competitivos, como podrían ser los polinomios de alto grado. Por el contrario se demuestra que el patrón de variabilidad de la producción de cacao se ajusta bien a la serie de Fourier. Esta oscilación cíclica, hace pensar en un posible efecto de los factores meteorológicos.

Solo con carácter ilustrativo se acompaña la Figura 10 donde la oscilación cíclica es más acentuada cuando se considera el peso de la semilla húmeda, Cuadros 10 a 17 del Apéndice.

#### 4.4. Relación entre elementos climáticos y la variabilidad de producción de 6 cultivares de cacao.

El Cuadro 7 presenta la matriz de correlación entre los elementos climáticos y la producción de mazorcas de cacao de los 6 cultivares. En

este Cuadro se destacan 3 bloques de correlación: a) la estructura de asociación entre los elementos climáticos, b) la estructura de asociación entre los 6 cultivares y c) la acción conjunta de ambos. Para la interpretación interesa únicamente el último caso.

El patrón de variabilidad mensual de producción de cacao, demostró la existencia de 2 períodos de máxima producción de mazorcas. De ellos la producción de noviembre es la más importante y es la que en realidad determina la productividad, por lo que se correlacionó esta producción con los elementos climáticos imperantes en el período de polinización es decir, 5 meses antes de noviembre.

Los resultados muestran que la producción del cacao, en la Zona Atlántica de Costa Rica, está correlacionada negativamente con la precipitación pluvial de 5 meses antes de la cosecha, en magnitud, el cultivar Matina presentan la correlación más baja  $-0,38$ , mientras que en los tres híbridos, la correlación es fuerte  $-0,75$ . Esto indica, que se detectan correlaciones significativas cuando el cultivar es de alto rendimiento, quedando enmascarado el efecto de los elementos del clima si se consideran linajes de baja producción como es el cacao ordinario y clones de polinización abierta. No se detectó, correlación, ni con la temperatura media ni con la máxima; existe cierta correlación con la temperatura mínima aunque detectada únicamente en los híbridos. De todos los elementos del clima el que origina correlación positiva en los 6 cultivares es la insolación, esto indica que una buena producción en noviembre es consecuencia de un período menos lluvioso y de mayor iluminación en el período de polinización que ocurre 5 meses antes de la cosecha. Esto confirma la oscilación cíclica de la



Cuadro 7. Matriz de correlación entre producción mensual de número de mazorcas de 6 cultivos y los elementos de clima 5 meses antes de la cosecha.

$X_i$	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	$X_6$	$X_7$	$X_8$	$X_9$	$X_{10}$	$X_{11}$	$X_{12}$
1	1.00											
2	0.89	1.00										
3	0.87	0.98	1.00									
4	0.64	0.78	0.78	1.00								
5	0.75	0.80	0.78	0.93	1.00							
6	0.57	0.68	0.68	0.94	0.85	1.00						
7	-0.38	-0.49	-0.53	-0.72	-0.74	-0.75	1.00					
8	-0.06	-0.14	-0.05	-0.15	-0.03	-0.02	-0.21	1.00				
9	-0.03	-0.03	0.04	-0.00	0.17	0.07	-0.45	0.90	1.00			
10	-0.07	-0.24	-0.16	-0.31	-0.30	-0.15	0.16	0.82	0.49	1.00		
11	0.02	0.16	0.18	0.25	0.44	0.20	-0.64	0.30	0.68	-0.29	1.00	
12	-0.24	-0.08	-0.02	-0.11	-0.38	-0.08	0.31	0.03	-0.24	0.39	-0.59	1.00
13	0.58	0.62	0.63	0.53	0.72	0.39	-0.40	0.35	0.51	0.02	0.54	-0.25

$X_1$	=	Matina	$X_8$	=	Temperatura Media
$X_2$	=	UF-613 POL. AB.	$X_9$	=	Temperatura Máxima
$X_3$	=	UF-650 POL. AB.	$X_{10}$	=	Temperatura Mínima
$X_4$	=	SCA-6 x ICS-1	$X_{11}$	=	Temperatura Máxima-Mínima
$X_5$	=	SCA-6 x IMC-67	$X_{12}$	=	Humedad Relativa
$X_6$	=	SCA-12 x EET-62	$X_{13}$	=	Insolación
$X_7$	=	Precipitación			

producción de cacao y está determinada en gran medida por la precipitación e insolación.

Estos resultados, están de acuerdo con el patrón general propuesto por otros investigadores (1, 2, 17, 45), quienes tratan de explicar la influencia de los elementos del clima mediante correlaciones con la producción.

## 5. DISCUSION

En el presente trabajo, se estudia la variabilidad de la producción de cacao a través de 9 años iniciales de producción, considerando como variable de respuesta el número de mazorcas por planta. Para algunos investigadores ha existido la duda de que ésta, no es una medida de la productividad, puesto que mazorcas de tamaño grande, producen más cacao que las pequeñas. Esta afirmación podría ser cierta bajo otras condiciones y con material experimental de otra naturaleza, pero en éste caso no aplica.

La magnitud de la correlación simple encontrada entre el número de mazorcas y peso de la semilla húmeda, permite afirmar que el número de mazorcas bajo las condiciones del estudio es una de las mejores medidas de la capacidad de producción del cacao. Aún más, desde el punto de vista práctico y económico, el número de mazorcas es la medida más fácil de recoger, porque no se requiere personal altamente especializado para llevar registros de producción siendo la probabilidad de cometer errores de medición bajísima (28).

Esquivel y Soria (18, 47), también sostienen que el número de mazorcas es un buen estimador del rendimiento, a causa de la alta correlación positiva entre el número de mazorcas y peso de la semilla húmeda.

Los datos experimentales se ajustaron a las funciones elementales de producción cuadrática, raíz cuadrática y gamma para mostrar que de una manera general, las funciones sencillas no siempre explican bien algunos fenómenos biológicos, como el de la productividad de plantas perennes

a causa de su naturaleza compleja. Se consideró como modelo alternativo, la Serie de Fourier, que es una función compleja que se ajusta bien a los datos observados, especialmente, si se estiman todas los armónicos posibles es decir, se agotan todos los grados de libertad como en este caso.

Los parámetros estimados con las funciones elementales de producción y las Series de Fourier, sugieren un agrupamiento natural de los híbridos; interclonales introducidos por una parte, y los cultivares provenientes de semilla de polinización abierta de clones UF y cacao ordinario local por otra. Cada grupo presenta un patrón de variabilidad diferente, pero dentro de cada grupo, prácticamente no existe diferencia marcada. Esto es más notorio al considerar la Serie de Fourier.

El menor grado de confiabilidad de las funciones elementales, comparado con la Serie armónica, se explica en parte por la corta edad de los cultivares, ya que en ningún caso sobrepasan los 9 años iniciales de producción, y a esta edad resulta difícil observar rendimientos marginales decrecientes. El ajuste de los 3 modelos es notable durante los estados iniciales de producción, hasta la ocurrencia de la máxima producción. Esta a su vez, constituye el punto inicial de la producción sostenida, que se mantiene por varios años, sin mostrar signo aparente de decaimiento en la producción, aunque si, una oscilación permanente que no puede ser explicada por funciones sencillas. Sería conveniente, realizar un análisis armónico similar con datos de un número mucho mayor de años de producción.

La contribución de los modelos elementales de producción, está en la determinación de la edad en que los cultivares llegan a su máxima producción. Indudablemente que los puntos estacionarios, varían de acuerdo con

el modelo utilizado, por lo que es aconsejable realizar la discriminación de la mejor función con base en: a) el número de parámetros a estimar. En este caso particular las 3 funciones estudiadas tienen igual número de parámetros, por lo que contribuyen igualmente en grados de libertad para el error; b) el coeficiente de confiabilidad  $R^2$  relativamente bajo en el modelo cuadrático y un aumento progresivo a medida que aumenta el 'plateau' y la persistencia de la producción; c) los puntos estacionarios; la mejor función sencilla, será aquella que presenta los puntos estacionarios muy temprano. Las producciones reales muestran la mayor producción de mazorcas precisamente el cuarto año.

Con base en estas consideraciones, la función gamma es la mejor función elemental que ajusta a los datos experimentales y en especial a los datos provenientes de los clones UF y cacao ordinario, donde el coeficiente  $R^2$ , es mayor de 90.00%. El 'plateau' que presenta esta función describe mucho mejor el rendimiento sostenido, confirmando la persistencia de la producción de cacao en estos 9 años iniciales de producción. Esto nos induce a sostener que los datos experimentales de producción de cacao de 9 años, son suficientes para realizar la evaluación de los ensayos de rendimiento con base en funciones elementales de producción y aún se puede dejar al buen criterio del investigador la finalización del experimento mucho más antes. Considerando los costos relativamente altos de mantenimiento de experimentos con cultivos perennes, y teniendo muy en cuenta los puntos estacionarios donde se produce el rendimiento físico máximo, podemos sostener que la evaluación de los experimentos en cacao, puede concluir entre el quinto y sexto año de producción. A conclusiones similares

arribaron Soria y Esquivel (48), correlacionando los datos acumulados de producción por árbol de un experimento de semillas clonales con la producción de uno, dos y tres años de los mismos árboles durante 8 años de producción.

Aunque la producción de cacao, parece ocurrir continuamente durante los doce meses del año, la función de Fourier, demuestra la existencia de 2 épocas principales dentro del año, donde se concentra la producción mensual de cacao. De estas, la más importante es la cosecha de noviembre, que prácticamente constituye la verdadera época de cosecha del cacao. Esta corresponde cronológicamente a la floración y sobre todo a la polinización que ocurre en junio, es decir, 5 meses antes de la cosecha, bajo las condiciones climáticas de La Lola. El segundo pico de producción y desde luego de menor magnitud, se presenta en abril, y corresponde a la floración ocurrida en diciembre del año anterior. Alvim (3), sostiene que el cacao es una especie típica de crecimiento intermitente con 2 períodos marcados de máxima producción de mazorcas. Esto, también concuerda con las investigaciones de Soria (46) y Trojer (50), quienes demuestran la periodicidad de las plantas perennes, ajustadas a una curva bimodal de ingreso de energía en las latitudes bajas.

Todo lo anterior nos induce a sostener, que la alternancia de la producción, se explica por los factores ambientales imperantes en las condiciones donde se conduce el ensayo, antes que por factores netamente genéticos.

Las oscilaciones de la producción de mazorcas de cacao, en los 9 años iniciales de cosecha, están perfectamente descritos por la Serie armónica

de Fourier. Existe definitivamente, una alternancia de alta y baja producción y queda establecido así, la variación bianual de la producción de cacao, fenómeno que empíricamente el agricultor de cacao lo preconiza como un axioma del cultivo.

La descomposición de la variabilidad total, en sus componentes básicos, nos permite por una parte, dejar establecido que los 2 primeros armónicos son los que explican gran parte de esta variación. Sin embargo, la superposición de las 4 ondas descritas por los 9 parámetros calculados y los ángulos de fase, permiten describir perfectamente el patrón de variabilidad de la producción de cacao en la zona Atlántica de Costa Rica.

La coincidencia de los picos y las depreciones en cultivares tan diferentes como son los híbridos, descendencias de clones por polinización abierta y el cacao local, descartan toda posibilidad de influencia de factores genéticos en la variabilidad bianual, debiendo buscarse sus orígenes en la influencia de los factores ambientales imperantes en el lugar del ensayo.

La alternancia de la producción mensual, como indica Alvim (4), nos permite generar la matriz de correlación entre producción y elementos del clima de 5 meses antes de la cosecha. Esta explica la influencia negativa de la precipitación en el período de polinización del cacao y el efecto positivo de la insolación, aunque en menor grado. La consecuencia es una mejor polinización y menos pérdida de frutitos cuajados por enfermedades criptogámicas.

## 6. CONCLUSIONES

1. Las funciones elementales de producción cuadrática, raíz cuadrática y gamma, no describen adecuadamente el patrón de variabilidad de la producción de cacao en el transcurso de los 9 primeros años de producción.
2. El patrón de variabilidad de la producción de cacao en la finca La Lola se describe satisfactoriamente a través de la función de Fourier. En las condiciones ambientales de la Zona Atlántica de Costa Rica, se detecta el primer pico de producción al cuarto año, seguida de una oscilación bianual bien manifiesta.
3. La edad de producción comercial de cacao, se inicia entre los 4.5 y 7.5 años según el material biológico utilizado.
4. La edad para evaluar experimentos de cultivares de cacao es de 5 a 6 años de producción inicial.
5. Los 6 cultivares estudiados, no muestran tendencia de disminución de la producción comercial en los 9 primeros años, sino una oscilación marcada alrededor de una recta paralela al eje del tiempo.
6. El efecto de los diferentes elementos del clima en la productividad, se manifiesta en grados diferentes, los híbridos están correlacionados negativamente con la precipitación y positivamente con la insolación del período de polinización.



## 7. RESUMEN

La presente investigación, se llevó a cabo con el propósito de determinar un modelo que describa la variabilidad de la producción de cacao, en las condiciones ambientales de Costa Rica, relacionar los parámetros de la ecuación de producción con los factores del clima y estimar la edad de producción óptima del cultivo. Para tal objeto, se consideraron las funciones matemáticas simples y las series armónicas de Fourier.

Se usaron los datos experimentales del Departamento de Cultivos y Suelos Tropicales del IICA-CTEI. La unidad de producción (área experimental), está situada en la finca La Lola con un área de 0.75 hectáreas. El experimento se inició en Diciembre de 1959 y se cuenta con la información individual de número de frutos y peso de la semilla húmeda por árbol cosechados en períodos de 14 días durante 9 años. Los cultivares estudiados son: híbridos interclonales introducidos de Trinidad y Ecuador SCA-6 x ICS-1 , SCA-6 x IMC - 67 , SCA-12 x EET-62, plantas de semilla de polinización abierta UF-613 Pol. Ab., UF-650 Pol. Ab. y Matina.

La evaluación de los híbridos y los clones se basó sobre el número de mazorcas de cacao por la alta correlación encontrada entre número de mazorcas y peso de la semilla húmeda. No se detectó diferencia apreciable en el rendimiento entre cultivares de polinización abierta, ni entre los híbridos, pero sí entre grupos.

Las funciones elementales de producción cuadrática, raíz cuadrática y gamma, no describen adecuadamente el patrón de variabilidad de la producción de cacao en el transcurso de los primeros años de producción.

El patrón de variabilidad de la producción del cacao en la finca La Lola, se describe satisfactoriamente a través de la función de Fourier. En las condiciones ambientales de la Zona Atlántica de Costa Rica, se detecta el primer pico de producción al cuarto año, seguida de una oscilación bianual bien marcada. La edad de producción comercial de cacao, se inicia entre los 4.5 y 7.5 años según el material biológico utilizado. Los 6 cultivares estudiados, no muestran tendencia de disminución de la producción comercial en los 9 primeros años, sino una oscilación marcada alrededor de una recta paralela al eje del tiempo.

## 7a. SUMMARY

The research for this thesis conducted so as to determine a model that describes the variability of cacao production under the environmental conditions found in Costa Rica, to relate the parameters of the production equation with climatic factors, and to estimate the age of optimum production of the crops. To accomplish this, the simple mathematic functions and the Fourier series was used.

The experimental data of the Tropical Crops and Soils Department of IICA-CTEI were used. The experimental site was 0.75 hectares at the La Lola experiment station. The experiment was initiated in December 1959 and based on the number of cacao pods and the weight of undried seeds per tree harvested in 14-day periods over a nine year period. The cultivars studied were: interclonal hybrids introduced from Trinidad and Ecuador, SCA-6 x ICS-1, SCA-6 x IMC-67, SCA-12 x EET-62; plants produced from the seeds of the cross pollinization of UF-613 Pol. Ab., UF-650 Pol. Ab. and Matina.

The evaluation of hybrids and clones was based on the number of cacao pods because of the high correlation found between pod number and weight of undried seeds. No appreciable difference was found in yield between cultivars of cross-pollinated plants nor between hybrids, but there existed a difference between the two groups.

The elementary production functions: quadratic, square root and gamma did not adequately describe the pattern of variability of cacao production in the

firs 9 years. The pattern of variability of cacao production at the La Lola Experimental Farm was satisfactorily describe by the Fourier Function. Under the environmental conditions of Costa Rica's Atlantic Zone, the first production peak was in the 4th year, followed by a marked biannual oscillation. According to the biological material utilized, the age in which the cultivars reached commercial production varied between 4.5 and 7.5 years. From the six cultivars studied, there was no tendency toward reduced commercial production in the 9 years; however, a marked oscillation around a straight line that is parallel of the time axis was observed.

## 8. LITERATURA CITADA

1. ALI, F. M. Effects in rainfall on yield of cocoa in Ghana. *Experimental Agriculture* 5(3):209-213. 1969.
2. ALVIM, P. Correlação entre chuva, temperatura produção do cacau. In Conferencia Interamericana de Cacao, 6a., Salvador, Bahía, Brasil, Instituto do Cacao, 1957. pp. 133-136.
3. \_\_\_\_\_. Eco-physiology of the cacao tree. In Conference Internationale sur les Reserches Agronomiques Cacaoyeres, Abidjan, Nov. 15-20, 1965. \_\_\_\_\_. París, Jouve, 1967. pp. 23-25.
4. \_\_\_\_\_. Relaciones de la temperatura en el cacao en la finca La Lola. *Cacao* 14(1):40-41. 1969.
5. ALLENDOERFER, L. B. y OAKLEY, C. O. Fundamentos de matemáticas universitarias, Traducción por Trinidad Cuellar Caturla, 2 ed. New York, McGraw-Hill, 1966. 600 p.
6. AMARAL, A. Análise hermonica. *Pesquisa Agropecuaria Brasileira* 3:1-43. 1968.
7. ANDERSON, R. L. y BANCROFT, T. A. *Statistical theory in research*. New York, McGraw-Hill, 1952. pp. 153-190.
8. AUCHINLECK, G. G. Variations in the yields of cacao trees at Asuansi Experiment Station. Gold Coast. Department of Agriculture. Bulletin No. 13 1928. pp. 67-73.
9. \_\_\_\_\_. Variations in the yields of cacao trees at aburi Experiment Station. Gold Coast. Department of Agriculture. Bulletin No. 13. 1928. pp. 74-82.
10. BAREA, S. F. La demanda de carne en Nicaragua y Costa Rica en el período 1960-1969. Tesis Mg. Sc. Turrialba, Costa Rica, Instituto Interamericano de Ciencias Agrícolas, 1971. 99 p. (Mimeografiado).
11. BAZAN, R. Soil survey of La Lola cacao farm. Tesis Mg. Agr. Turrialba, Costa Rica, Instituto Interamericano de Ciencias Agrícolas, 1963. 127 p. (Mimeografiado).
12. BOX, G. E. P. y LUCAS, H. L. Design of experiments in non-linear situations. *Biometrika* (Part. 1 y 2) 46:77-90. 1959.

13. BROWN, W. G. et al. Production functions, isoquants, isoclines and economic optima in corn fertilization for experiments with two and three variable nutrients. Iowa Agricultural Experiment Station. Research Bulletin no. 441. 1956. pp. 807-832.
14. CONRAD, V. y POLLAK, L. W. Methods in climatology. 2 ed. Cambridge, Harvard University Press, 1950. pp. 119-154.
15. CUNNINGHAM, R. K. y BURRIDGE, J. C. The effect of the yield variability of Amelonado cacao on the design of fertilizer field experiments in Ghana. Journal Horticultural Science 34(4):229-237. 1959.
16. DOL, J. P., HEADY, E. O. y PESEK, J. T. Fertilizer production functions for corn and oats; including an analysis of irrigated and residual responses. Iowa Agricultural Experiment Station. Research Bulletin no. 463. 1968. pp. 361-394.
17. ESQUIVEL, O. y SORIA, J. Algunos datos sobre la variabilidad de algunos componentes del rendimiento en poblaciones de híbridos interclonales de cacao. Cacao (Costa Rica) 12(4):1-8, 1967.
18. ESQUIVEL, O. y SORIA, J. Maximum yield trial. Cacao (Costa Rica) 12(3):18. 1967. (La Lola No. 14).
19. FENNAH, R. G. An analysis of yield variation in a sample of cacao trees. In Imperial College of Tropical Agriculture. A report on cacao research, 1955-56. St. Augustine, Trinidad, Tobago, 1957. pp. 9-20.
20. FISHER, R. A. Statistical methods for research workers. 10 ed. Edinburgh, Oliver and Boyd, 1946. pp. 1-23.
21. GARCIA, J. B. y MONTOYA, M. J. M. Determinación de la duración variabilidad y fecha óptima de siembra en cultivos anuales estudio de un caso, Phaseolus vulgaris en Turrialba, Costa Rica. Turrialba, Costa Rica 21(3):300-303. 1971.
22. GRIMM, S. S. Algunas consideraciones sobre el modelo de respuesta a fertilizantes. Tesis Mg. Sc. Turrialba, Costa Rica, Instituto Interamericano de Ciencias Agrícolas, 1970. 92 p. (Mimeografiado).
23. HARBAUGH, J. W. y PRESTON, F. W. Fourier series analysis in geology. In Berry, B. J. L. y Merble, D. F. Spatial analysis a reader in statistical geography. New Jersey, Prentice Hall, 1968. pp. 218-238.

24. HARDY, F. The maximum yield of cacao a discussion of some factors that contribute to high production. *Tropical Agriculture (Trinidad)* 16(80):179-196. 1939.
25. \_\_\_\_\_. *Manual de cacao. Ed. española. Turrialba, Costa Rica. IICA, 1961.*
26. HEADY, E. O. y DILLON, J. L. *Agricultural production functions. Ames, Iowa State University Press, 1961. 667 p.*
27. \_\_\_\_\_, PESEK, J. T. y McCARTHY, W. O. Production functions and methods of specifying optimum fertilizer use various uncertainty conditions for hay. *Iowa Agricultural Experimental Station. Research Bulletin no. 518. 1963. pp. 921-939.*
28. HEWISON, H. K. Fluctuation in the ratio between number of pods and resultant weight of cacao. *Gold Coast. Department of Agriculture. Bulletin no. 16. 1929. pp. 128-129.*
29. JARAMILLO, R. y PAEZ, G. Análisis armónico de la precipitación, de la vertiente Atlántica de Costa Rica. *Turrialba, Costa Rica. 21(3):287-294. 1971.*
30. JOHONSTON, J. *Métodos de econometría. Barcelona, Vicens-Vives, 1963. 300 p.*
31. JONES, T. A. y MALIPHANT, G. K. Yield variation in tree crop experiments with epecific reference to cacao. *Nature no. 182: 1613, 14. 1958.*
32. JORGE, P. M. Una contribución al conocimiento de la dinámica del clima de la Isla de San Domingo. *Tesis Mg. Sc. Turrialba, Costa Rica, Instituto Interamericano de Ciencias Agrícolas, 1969. 166 p. (Mimeografiado).*
33. LINLEY, D. V. *Introduction to probability and statistics. Cambridge, University Press, 1965. pp. 1-2.*
34. MAIDMENT, W. T. O. Correlation between rainfull and cacao yields in the Gold Coast, with special reference to effect of april rains on the following cacao crop. *Gold Coast. Department of Agriculture. Bulletin no. 13:83-84. 1928.*
35. MASON, D. D. Functional models and experimental designes for characterizing response curves and surfaces. *In Baum, E.L., Heady, E.O. y Blackmore, J. Metodological procedures in the economic analysis of fertilizer use data. Ames, Iowa State University Press, 1956. pp. 76-98.*

36. MENDEZ, I. R. El concepto del modelo lineal en la enseñanza de la metodología estadística. Tesis de maestro en Ciencias, Chapingo, México, Colegio de Postgraduados, Escuela Nacional de Agricultura, 1967. 163 p. (Mimeografiado).
37. PAEZ, B. G. Apuntes de econometría. San José, Costa Rica Universidad de Costa Rica, 1971. p. irr.
38. \_\_\_\_\_. Notas de clase de estadística. Turrialba, Costa Rica, Instituto Interamericano de Ciencias Agrícolas de la O.E.A., 1970. p. irr.
39. \_\_\_\_\_. Some contributions to soil-fertilizer response modeling. Ph.D. Thesis. Raleigh North Carolina State University, 1969. 149 p. (Mimeografiado).
40. PANOFSKY, H. A. y BRIER, G. W. Some applications of statistics to meteorology. Pennsylvania State University, 1963. pp. 126-161.
41. PANSE, V. G., SAHASRABUDHE, V. B. y MOKASHI, V. K. Coordinate manurial trials on rainfed cotton in peninsular India. Indian Journal of Agricultural Science 21(2):113-135. 1951.
42. PESEK, J. T., HEADY, E. O. y VENEZIAN, E. Fertilizer production fuctions in relation to wheather, location, soil and crop variables. Iowa Agricultural Experiment Station. Research Bulletin no. 554. 1967. pp. 977-1026.
43. PIMENTEL GOMEZ, F. The use of Mitscherlich regressian law in the analysis of experiments with fertilizers. Biometrics 9(3): 498-516. 1953.
44. SEARLE, S. R. Matrix algebra for the biological sciences. New York, Wiley, 1966. 296 p.
45. SKIDMORE, C. L. Indication of existing correlation between the rainfall and the number of pods harvested at Aburi and Asuansi. Gold Coast. Department of Agriculture Bulletin no. 16:114-120. 1929.
46. SORIA, S. J. La periodicidad del cacao bajo condiciones climáticas del bosque tropical húmedo en Turrialba, La Lola, Costa Rica. Cacao (Costa Rica) 14(4):1-4. 1970.
47. SORIA, J. V. y ESQUIVEL, O. Algunos resultados del programa de mejoramiento genético del cacao en el IICA, Turrialba. Cacao (Costa Rica) 13(2):1-9. 1968.



48. SORIA, J. V. y ESQUIVEL, O. Estudio preliminar sobre el período mínimo y confiable de producción en cacao para su uso en experimentos de evaluación de cultivares. *Cacao (Costa Rica)* 12(4): 9-14. 1967.
49. SPIEGEL, M. R. Teoría y problemas de cálculo superior. Trad. y adaptación de Jesús María Castaño. Panamá, McGraw-Hill, 1969. pp. 298-320.
50. TROJER, N. El clima y el desarrollo de la producción del cacao en la finca La Lola. *Cacao (Costa Rica)* 13(4):1-9. 1968.
51. VERNON, A. J. y MORRIS, N. G. Variability in West African Peasant cocoa farms, time studies in cocoa yield. *Journal of Horticultural Science* 39(4):241-253. 1964.
52. WALKER, W. M. y LONG, O. H. Effect of selected soil fertility parameters on soybean yields. *Agronomy Journal* 58(4):403-405. 1966.

APENDICE

Cuadro 1. Número de mazorcas de cacao por parcela experimental de 16 plantas en el período 1961-1962.

Tratamientos	Repeticiones					Total	Media
	I	II	III	IV	V		
Matina	0	0	0	0	0	0	0.0
UF-613 Pol. AB.	0	7	3	9	9	28	5.6
UF-650 Pol. AB.	0	0	6	2	0	8	1.6
SCA-6 x ICS-1	48	29	25	8	51	161	32.2
SCA-6 x IMC-67	61	54	61	53	106	335	67.0
SCA-12 x EET-62	49	35	23	80	30	749	24.9
Total	158	125	118	152	196	749	24.9
Media	26	21	20	25	33	25	24.9

Cuadro 2. Número de mazorcas de cacao por parcela experimental de 16 plantas en el período 1962-1963.

Tratamientos	Repeticiones					Total	Media
	I	II	III	IV	V		
Matina	37	57	33	15	49	191	38.2
UF-613 Pol. AB.	45	41	41	75	85	287	57.4
UF-650 Pol. AB.	23	122	37	84	61	327	65.4
SCA-6 x ICS-1	390	394	220	207	564	1775	355.0
SCA-6 x IMC-67	295	543	310	272	438	1858	371.6
SCA-12 x EET-62	256	521	229	436	286	1728	345.6
Total	1047	1678	870	1089	1483	6166	205.5
Media	174	280	145	181	247	205	105.5

Cuadro 3. Número de mazorcas de cacao por parcela experimental de 16 plantas en el período 1963-1964.

Tratamientos	Repeticiones					Total	Media
	I	II	III	IV	V		
Matina	96	57	125	52	96	426	85.2
UF-613 Pol. AB.	115	110	107	171	110	613	122.6
UF-650 Pol. AB.	113	152	159	176	115	715	143.0
SCA-6 x ICS-1	461	512	353	219	570	2115	423.0
SCA-6 x IMC-67	247	447	354	392	349	1789	357.8
SCA-12 x EET-62	496	625	350	630	490	2591	518.2
Total	1528	1903	1448	1640	1730	8249	274.2
Media	255	317	241	272	288	275	274.9

Cuadro 4. Número de mazorcas de cacao por parcela experimental de 16 plantas en el período 1964-1965.

Tratamientos	Repeticiones					Total	Media
	I	II	III	IV	V		
Matina	167	288	233	148	240	1076	215.2
UF-613 Pol. AB.	273	307	197	283	259	1319	263.8
UF-650 Pol. AB.	301	387	253	429	263	1633	326.6
SCA-6 x ICS-1	638	646	394	479	679	2836	567.2
SCA-6 x IMC-67	460	662	504	488	487	2601	520.2
SCA-12 x EET-62	486	708	381	331	475	2381	476.2
Total	2325	2998	1962	2158	2403	11846	394.9
Media	388	500	327	360	400	395	394.9

Cuadro 5. Número de mazorcas de cacao por parcela experimental de 16 plantas en el período 1965-1966.

Tratamientos	Repeticiones					Total	Media
	I	II	III	IV	V		
Matina	170	104	193	146	160	773	154.6
UF-613 Pol. AB.	133	186	99	192	185	795	159.0
UF-650 Pol. AB.	123	157	111	240	174	805	161.0
SCA-6 x ICS-1	324	331	248	291	416	1610	322.0
SCA-6 x IMC-67	308	424	325	290	330	1677	335.4
SCA-12 x EET-62	383	434	286	318	284	1705	341.0
Total	1441	1636	1262	1477	1549	7365	245.5
Media	240	273	210	246	258	246	245.5

Cuadro 6. Número de mazorcas de cacao por parcela experimental de 16 plantas en el período 1966-1967.

Tratamientos	Repeticiones					Total	Media
	I	II	III	IV	V		
Matina	353	224	308	234	248	1367	273.4
UF-613 Pol. AB.	199	212	150	252	195	1008	201.6
UF-650 Pol. AB.	214	260	242	347	199	1262	252.4
SCA-6 x ICS-1	491	539	398	306	573	2307	461.4
SCA-6 x IMC-67	406	543	390	438	467	2264	452.8
SCA-12 x EET-62	509	592	419	436	477	2433	486.6
Total	2172	2370	1907	2013	2179	10641	354.7
Media	362	395	318	336	363	3555	354.7

Cuadro 7. Número de mazorcas de cacao por parcela experimental de 16 plantas en el período 1967-1968.

Tratamientos	Repeticiones					Total	Media
	I	II	III	IV	V		
Matina	218	144	260	193	244	1059	211.8
UF-613 Pol. AB.	159	97	107	254	208	825	165.0
UF-650 Pol. AB.	156	185	180	179	176	876	175.2
SCA-6 x ICS-1	297	446	294	322	331	1690	338.0
SCA-6 x IMC-67	406	287	359	395	396	1843	368.6
SCA-12 x EET-62	286	283	403	208	394	1574	314.8
Total	1522	1442	1603	1551	1749	7867	262.2
Media	254	240	267	259	292	262	262.2

Cuadro 8. Número de mazorcas de cacao por parcela experimental de 16 plantas en el período 1968-1969

Tratamientos	Repeticiones					Total	Media
	I	II	III	IV	V		
Matina	324	151	246	170	181	1072	214.4
UF-613 Pol. AB.	193	124	162	185	163	827	165.4
UF-650 Pol. AB.	244	179	191	145	132	891	178.2
SCA-6 x ICS-1	474	474	334	336	502	2120	424.0
SCA-6 x IMC-67	511	551	497	529	546	2634	526.8
SCA-12 x EET-62	349	483	486	387	401	2106	421.2
Total	2095	1962	1916	1752	1925	9650	321.7
Media	249	327	319	292	321	322	321.7

Cuadro 9. Número de mazorcas de cacao por parcela experimental de 16 plantas en el período 1969-1970.

Tratamientos	Repeticiones					Total	Media
	I	II	III	IV	V		
Matina	239	105	174	189	225	932	186.4
UF-613 Pol. AB.	231	153	211	187	111	893	178.6
UF-650 Pol. AB.	242	167	255	285	177	1126	225.2
SCA-6 x ICS-1	271	250	264	248	304	1337	267.4
SCA-6 x IMC-67	299	337	378	372	376	1762	352.4
SCA-12 x EET-62	306	296	256	305	296	1459	291.8
Total	1588	1308	1538	1586	1489	7500	250.3
Media	264	218	256	264	248	250	250.3

Cuadro 10. Peso de la semilla húmeda de cacao por parcela experimental de 16 plantas en el período 1961-1962 KG

Tratamientos	Repeticiones					Total	Media
	I	II	III	IV	V		
Matina	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
UF-613 Pol. AB	0.00	1.12	0.40	1.50	1.42	4.44	0.89
UF-650 Pol. AB	0.00	0.00	0.76	0.34	0.00	1.95	0.22
SCA-6 x ICS-1	7.38	4.37	4.69	1.14	8.25	25.21	5.42
SCA-6 x IMC-67	7.51	7.39	9.13	7.23	12.85	43.12	9.62
SCA-12 x EET-62	7.19	4.86	3.76	12.10	3.33	31.24	6.25
Total	22.69	17.74	17.12	22.32	25.86	105.10	3.50
Media	3.68	2.96	2.85	3.72	4.31	3.50	3.50

Cuadro 11. Peso de la semilla húmeda de cacao por parcela experimental de 16 plantas en el período 1962-1963 KG

Tratamientos	Repeticiones					Total	Media
	I	II	III	IV	V		
Matina	5.19	9.22	4.87	2.28	7.92	29.36	5.87
UF-613 Pol. AB	7.24	5.35	6.36	11.95	13.99	44.00	8.80
UF-650 Pol. AB	3.74	19.96	5.87	15.86	9.76	55.22	11.04
SCA-6 x ICS-1	62.25	59.51	36.11	29.31	87.91	275.09	55.02
SCA-6 x IMC-67	42.42	75.15	42.24	39.25	56.69	255.77	51.15
SCA-12 x EET-62	38.36	77.98	32.89	63.59	37.98	250.81	50.16
Total	159.03	247.23	128.36	162.25	213.37	910.26	30.34
Media	26.50	41.21	21.39	27.04	35.52	30.34	30.34

Cuadro 12. Peso de la semilla húmeda de cacao por parcela experimental de 16 plantas en el período 1963-1964 KG

Tratamientos	Repeticiones					Total	Media
	I	II	III	IV	V		
Matina	10.59	8.29	15.47	6.30	12.99	53.66	10.73
UF-613 Pol. AB	15.16	11.21	14.74	23.11	16.77	80.95	16.19
UF-650 Pol. AB	16.25	23.53	21.92	24.87	16.22	102.81	20.56
SCA-6 x ICS-1	67.84	74.47	51.92	28.24	77.61	300.07	60.01
SCA-6 x IMC-67	37.23	52.78	42.41	44.24	41.75	218.42	43.68
SCA-12 x EET-62	56.74	82.41	43.41	73.76	60.08	316.40	63.28
Total	203.82	252.69	189.84	200.53	225.43	1073.31	35.74
Media	33.97	42.12	31.64	33.42	37.57	35.74	35.74



Cuadro 13. Peso de la semilla húmeda de cacao por parcela experimental de 16 plantas en el período 1964-1965 KG

Tratamientos	Repeticiones					Total	Media
	I	II	III	IV	V		
Matina	21.34	44.19	34.89	21.64	33.07	155.14	31.03
UF-613 Pol. AB	40.12	40.08	29.62	40.79	41.19	191.82	38.36
UF-650 Pol. AB	46.03	59.41	36.10	65.78	39.68	247.01	49.40
SCA-6 x ICS-1	101.41	101.94	62.75	68.59	103.97	438.68	87.74
SCA-6 x IMC-67	68.48	87.21	58.95	61.35	60.61	333.61	66.72
SCA-12 x EET-62	67.82	103.52	54.87	49.88	57.48	333.58	66.72
Total	342.21	436.55	277.19	308.05	336.02	1699.83	56.66
Media	57.04	72.73	46.19	51.34	56.00	56.66	56.66

Cuadro 14. Peso de la semilla húmeda de cacao por parcela experimental de 16 plantas en el período 1965-1966 KG

Tratamientos	Repeticiones					Total	Media
	I	II	III	IV	V		
Matina	21.03	15.69	28.45	19.09	22.59	106.86	21.37
UF-613 Pol. AB	19.62	24.18	14.43	31.60	29.79	119.62	23.92
UF-650 Pol. AB	17.77	25.38	17.06	37.73	24.84	122.79	24.56
SCA-6 x ICS-1	52.30	54.21	40.23	41.09	65.73	253.56	50.71
SCA-6 x IMC-67	44.17	58.42	40.74	39.02	46.39	228.76	45.75
SCA-12 x EET-62	51.05	64.45	42.96	45.18	38.51	242.16	48.43
Total	205.95	242.33	183.89	213.73	227.86	1073.76	35.79
Media	34.33	40.39	30.65	35.62	37.98	35.79	35.79

Cuadro 15. Peso de la semilla húmeda de cacao por parcela experimental de 16 plantas en el período 1966-1967 KG

Tratamientos	Repeticiones					Total	Media
	I	II	III	IV	V		
Matina	44.25	31.62	44.91	29.73	37.39	188.07	37.61
UF-613 Pol.AB	27.67	27.79	22.17	39.67	30.44	147.76	29.55
UF-650 Pol.AB	30.48	36.53	38.03	51.96	30.75	187.76	37.55
SCA-6 x ICS-1	74.46	67.94	61.16	45.42	71.97	320.95	64.19
SCA-6 x IMC-67	55.85	73.16	48.49	54.88	61.03	293.43	58.69
SCA-12 x EET-62	66.22	69.71	59.75	60.99	61.79	318.46	63.69
Total	299.21	306.76	374.52	282.65	293.28	1456.42	48.55
Media	49.87	51.13	45.75	47.11	48.88	48.88	48.55

Cuadro 16. Peso de la semilla húmeda de cacao por parcela experimental de 16 plantas en el período 1967-1968 KG

Tratamientos	Repeticiones					Total	Media
	I	II	III	IV	V		
Matina	26.67	19.75	37.08	23.76	33.61	140.88	28.18
UF-613 Pol.AB	23.62	11.09	14.72	38.95	32.62	121.01	24.20
UF-650 Pol.AB	23.15	29.31	27.19	26.86	25.49	131.97	26.39
SCA-6 x ICS-1	41.40	66.72	42.32	46.63	45.01	242.09	48.42
SCA-6 x IMC-67	54.41	38.64	42.58	50.87	51.51	237.44	47.49
SCA-12 x EET-62	37.03	40.08	54.15	28.78	54.29	214.33	42.86
Total	206.29	205.01	218.02	215.86	242.54	1087.73	36.23
Media	34.28	34.17	36.34	35.98	40.42	36.26	36.26

Cuadro 17. Peso de la semilla húmeda de cacao por parcela experimental de 16 plantas en el período 1968-1969 KG

Tratamientos	Repeticiones					Total	Media
	I	II	III	IV	V		
Matina	42.17	21.86	33.06	21.42	25.22	143.74	28.75
UF-613 Pol. AB	27.72	16.08	22.01	30.13	25.43	121.38	24.28
UF-650 Pol. AB	37.27	30.54	29.03	25.16	22.94	144.94	28.99
SCA-6 x ICS-1	64.62	69.04	46.74	47.50	71.04	298.94	59.79
SCA-6 x IMC-67	69.64	74.83	61.42	68.33	72.78	247.00	69.40
SCA-12 x EET-62	45.60	66.68	68.56	52.58	59.13	292.83	58.57
Total	287.03	279.04	260.82	245.39	276.55	1348.84	44.96
Media	47.84	46.51	43.47	40.90	46.09	44.96	44.96

Cuadro 18. Análisis armónico de la productividad anual del número de mazorcas, ecuaciones simultáneas, cultivar matina

Año	I	Y(I)	COS 40	SEN 40	COS 80	SEN 80	COS 120	SEN 120	COS 160	SEN 160
1	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
2	1.0	2.40	1.83	1.54	0.41	2.36	-1.19	2.07	-2.25	0.82
3	2.0	5.30	0.92	5.21	-0.498	1.81	-2.64	-4.58	4.06	-3.40
4	3.0	13.40	-6.69	11.60	-6.69	-11.60	13.39	-0.00	-6.70	11.60
5	4.0	9.70	-9.11	3.31	7.43	-6.23	-4.85	8.40	1.63	-9.55
6	5.0	17.10	-16.06	-5.84	13.09	10.99	-8.55	-14.80	2.96	16.84
7	6.0	13.20	-6.59	-11.43	-6.60	11.43	13.19	-0.00	-6.59	-11.43
8	7.0	13.40	2.32	-13.19	-12.59	-4.58	-6.69	11.60	10.26	8.61
9	8.0	11.70	8.96	-7.52	2.03	-11.52	-5.84	-10.13	-10.59	-4.00

Cuadro 19. Análisis armónico de la productividad anual del número de mazorcas, ecuaciones simultáneas, cultivar UF-613 POL. AB.

Año	I	Y(I)	COS 40	SEN 40	COS 80	SEN 80	COS 120	SEN 120	COS 160	SEN 160
1	0.0	0.40	0.39	0.00	0.39	0.00	0.39	0.00	0.39	0.00
2	1.0	3.60	2.75	2.31	0.62	3.54	-1.79	3.11	-3.38	1.23
3	2.0	7.70	1.33	7.58	-7.23	2.63	-3.84	-6.66	5.89	-4.94
4	3.0	16.50	-8.25	14.28	-8.25	-14.28	16.50	-0.00	-8.25	14.28
5	4.0	9.90	-9.30	3.38	7.58	-6.36	-4.95	8.57	1.71	-9.74
6	5.0	12.60	-11.84	-4.30	9.65	8.09	-6.30	-10.91	2.18	12.40
7	6.0	10.30	-5.14	-8.92	-5.15	8.92	10.29	-0.00	-5.14	-8.92
8	7.0	10.30	1.78	-10.14	-9.67	-3.52	-5.14	8.92	7.89	6.62
9	8.0	11.20	8.57	-7.19	1.94	-11.02	-5.59	-9.69	-10.52	-3.83

Cuadro 20. Análisis armónico de la productividad anual del número de mazorcas, ecuaciones simultáneas, cultivar UF-650 POL. AB.

Año	I	Y(I)	COS 40	SEN 40	COS 40	SEN 40	COS 120	SEN 120	COS 160	SEN 160
1	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
2	1.0	4.10	3.14	2.63	0.71	4.03	-2.04	3.55	-3.85	1.40
3	2.0	8.90	1.54	8.76	-8.36	3.04	-4.44	-7.70	6.81	-5.72
4	3.0	20.40	-10.19	17.66	-10.19	-17.66	20.39	-0.00	-10.20	17.66
5	4.0	10.10	-9.49	3.45	7.73	-6.49	-5.05	8.74	1.75	-9.94
6	5.0	15.80	-14.84	-5.40	12.10	10.15	-7.90	-13.68	2.74	15.55
7	6.0	11.00	-5.50	-9.52	-5.50	9.52	11.00	-0.00	-5.49	-9.52
8	7.0	11.10	1.92	-10.93	-10.43	-3.79	-5.54	-9.61	8.50	7.13
9	8.0	14.10	10.30	-9.06	2.44	-13.88	-7.04	-12.21	-13.24	-4.82

Cuadro 21. Análisis armónico de la productividad anual del número de mazorcas, ecuaciones simultáneas, cultivar SCA-6 x ICS-1.

Año	I	Y(I)	COS 40	SEN 40	COS 80	SEN 80	COS 120	SEN 120	COS 160	SEN 160
1	0.0	2.0	2.00	0.00	2.00	0.00	2.00	0.00	2.00	0.00
2	1.0	22.20	17.00	14.26	3.85	21.86	-11.09	19.22	-20.86	7.59
3	2.0	26.40	4.58	25.99	-24.80	9.02	-13.19	-22.86	20.22	-16.96
4	3.0	35.40	-17.69	30.65	-17.69	-30.65	35.39	-0.00	-17.70	30.65
5	4.0	20.10	-18.88	6.87	15.39	-12.92	-10.05	17.40	3.49	-19.79
6	5.0	28.80	-27.06	-9.85	22.06	18.51	-14.40	-24.94	5.00	28.36
7	6.0	21.10	-10.54	-18.27	-10.55	18.27	21.09	-0.00	-10.54	-18.27
8	7.0	26.50	4.60	-26.09	-24.90	-9.06	-13.24	22.94	20.30	17.03
9	8.0	16.70	12.79	-10.73	2.89	-16.44	-8.34	-14.46	-15.69	-5.71

Cuadro 22. Análisis armónico de la productividad anual del número de mazorcas, ecuaciones simultáneas, cultivar SCA-6 x IMC-67.

Año	I	Y(I)	COS 40	SEN 40	COS 80	SEN 80	COS 120	SEN 120	COS 160	SEN 160
1	0.0	4.20	4.20	4.19	0.00	4.19	0.00	4.19	4.19	0.00
2	1.0	23.20	17.77	14.91	4.02	22.84	-11.59	20.09	-21.80	7.93
3	2.0	22.40	3.88	22.05	-21.04	7.66	-11.19	-19.39	17.15	-14.39
4	3.0	32.50	-16.25	28.14	-16.25	-28.14	32.50	-0.00	-16.25	28.14
5	4.0	21.00	-19.73	7.18	16.08	-13.49	-10.50	18.18	3.64	-20.68
6	5.0	28.30	-26.59	-9.67	21.67	18.19	-14.15	-24.50	4.91	27.87
7	6.0	23.00	-11.50	-19.91	-11.50	19.91	23.00	-0.00	-11.49	-19.91
8	7.0	32.90	5.71	-32.40	-30.91	-11.25	-16.44	28.49	25.20	21.14
9	8.0	22.00	16.85	-14.14	3.82	-21.66	-10.99	-19.05	-20.67	-7.52

Cuadro 23. Análisis armónico de la productividad anual del número de mazorcas, ecuaciones simultáneas, cultivar SCA-12 x EET-62.

Año	I	Y(I)	COS 40	SEN 40	COS 80	SEN 80	COS 120	SEN 120	COS 160	SEN 160
1	0.0	9.40	9.39	0.00	9.39	0.00	9.39	0.00	9.39	0.00
2	1.0	21.60	16.54	13.88	3.75	21.27	-10.79	18.70	-20.29	7.38
3	2.0	32.40	5.62	31.90	-30.44	11.08	-16.19	-28.05	24.81	-20.82
4	3.0	29.80	-14.89	25.80	-14.89	-25.80	29.79	-0.00	-14.90	25.80
5	4.0	21.30	-20.01	7.28	16.31	-13.69	-10.65	18.44	3.69	-20.97
6	5.0	30.40	-28.56	-10.39	23.28	19.54	-15.20	-26.32	5.27	29.93
7	6.0	19.70	-9.84	-17.06	-9.85	17.06	19.69	-0.00	-9.84	-17.06
8	7.0	26.30	4.56	-25.90	-24.71	-8.99	-13.14	22.77	20.14	16.90
9	8.0	18.20	13.94	-11.69	3.16	-17.92	-9.09	-15.76	-17.10	-6.22

Cuadro 24. Síntesis armónico de las cuatro ondas de Fourier que describe el patrón de variabilidad de la producción de cacao.

I	Matina			I	UF-613 POL. AB.		
	COS	SEN	SUMA		COS	SEN	SUMA
Primer armónico							
1	-4.159	-2.330	-6.489	1	-3.350	-0.428	-3.778
2	-0.942	-3.569	-4.512	2	-0.759	-0.656	-1.415
3	2.714	-3.139	-0.424	3	2.186	-0.577	1.609
4	5.102	-1.239	3.862	4	4.109	-0.227	3.881
5	5.102	1.239	6.342	5	4.109	0.227	4.337
6	2.714	3.139	5.854	6	2.186	0.577	2.763
7	-0.942	3.569	2.627	7	-0.759	0.656	-0.102
Segundo armónico							
1	-1.343	-1.049	-2.392	1	-1.720	-1.715	-3.435
2	-0.304	-1.607	-1.912	2	-0.390	-2.627	-3.017
3	0.876	-1.413	-0.536	3	1.123	-2.310	-1.187
4	1.648	-0.558	1.089	4	2.110	-0.912	1.198
5	1.648	0.558	2.206	5	2.110	0.912	3.023
6	0.876	1.413	2.290	6	1.123	2.310	3.433
7	-0.304	1.607	1.302	7	-0.390	2.627	2.237
Tercer armónico							
1	-0.544	-1.063	-1.608	1	-0.076	-0.952	-1.029
2	-0.123	-1.629	-1.753	2	-0.017	-1.459	-1.476
3	0.355	-1.433	-1.077	3	0.049	-1.283	-1.233
4	0.667	-0.566	0.101	4	0.093	-0.506	-0.412
5	0.667	0.566	1.233	5	0.093	0.506	0.600
6	0.355	1.433	1.788	6	0.049	1.283	1.333
7	-0.123	1.629	1.506	7	-0.017	1.459	1.441
Cuarto armónico							
1	-1.288	1.355	0.066	1	-1.568	1.014	-0.553
2	-0.292	2.076	1.783	2	-0.355	1.553	1.198
3	0.841	1.825	2.666	3	1.023	1.366	2.389
4	1.580	0.721	2.301	4	1.923	0.539	2.463
5	1.580	-0.721	0.859	5	1.923	-0.539	1.383
6	0.841	-1.825	-0.984	6	1.023	-1.366	-0.342
7	-0.292	-2.076	-2.368	7	-0.355	-1.553	-1.909

Cuadro 25. Síntesis armónico de las cuatro ondas de Fourier que describe el patron de variabilidad de la producción de cacao.

UF-650 POL. AB.				SCA-6 x ICS-1			
I	COS	SEN	SUMA	I	COS	SEN	SUMA
Primer Armónico							
1	-3.850	-3.432	-7.283	1	-5.654	1.834	-3.819
2	-0.872	-5.259	-6.132	2	-1.281	2.811	1.529
3	2.513	-4.625	-2.111	3	3.690	2.472	6.162
4	4.723	-1.826	2.897	4	6.936	0.976	7.912
5	4.723	1.826	6.550	5	6.936	-0.976	5.959
6	2.513	4.625	7.138	6	3.690	-2.472	1.218
7	-0.872	5.259	4.386	7	-1.281	-2.811	-4.092
Segundo armónico							
1	-1.956	-2.153	-4.109	1	-5.404	-0.201	-5.605
2	-0.443	-3.299	-3.742	2	-1.225	-0.308	-1.533
3	1.276	-2.901	-1.624	3	3.527	-0.271	3.256
4	2.399	-1.145	1.253	4	6.629	-0.107	6.521
5	2.399	1.145	3.545	5	6.629	0.107	6.736
6	1.276	2.901	4.178	6	3.527	0.271	3.798
7	-0.443	3.299	2.856	7	-1.225	0.308	-0.916
Tercer armónico							
1	-0.110	-1.669	-1.780	1	-2.017	-0.383	-2.400
2	-0.025	-2.558	-2.583	2	-0.457	-0.587	-1.044
3	0.072	-2.249	-2.177	3	1.316	-0.516	0.800
4	0.135	-0.888	-0.753	4	2.474	-0.204	2.270
5	0.135	0.888	1.024	5	2.474	0.204	2.678
6	0.072	2.249	2.322	6	1.316	0.516	1.833
7	-0.025	2.558	2.533	7	-0.457	0.587	0.130
Cuarto armónico							
1	-2.210	1.678	-0.531	1	-2.347	3.270	0.923
2	-0.500	2.571	2.070	2	-0.532	5.010	4.478
3	1.442	2.260	3.703	3	1.532	4.406	5.938
4	2.711	0.892	3.603	4	2.879	1.740	4.619
5	2.711	-0.892	1.818	5	2.879	-1.740	1.139
6	1.442	-2.260	-0.818	6	1.532	-4.406	-2.874
7	-0.500	-2.571	-3.072	7	-0.532	-5.010	-5.542



Cuadro 26. Síntesis armónica de las cuatro ondas de Fourier que describe el patrón de variabilidad de la producción de cacao.

SCA-6 x IMC-67				SCA-12 EET-62			
I	COS	SEN	SUMA	I	COS	SEN	SUMA
1	-4.366	-0.548	-4.914	1	-3.957	1.975	-1.982
2	-0.989	-0.840	-1.829	2	-0.897	3.-26	2.128
3	2.849	-0.738	2.111	3	2.583	2.661	5.244
4	5.355	-0.291	5.064	4	4.855	1.050	5.906
5	5.355	0.291	5.647	5	4.855	-1.050	3.804
6	2.849	0.738	3.588	6	2.583	-2.661	-0.077
7	-0.989	0.840	-0.149	7	-0.897	-3.026	-3.923
Segundo armónico							
1	-5.089	-0.849	-5.938	1	-4.084	0.362	-3.722
2	-1.153	-1.300	-2.454	2	-0.925	0.555	-0.370
3	3.322	-1.143	2.178	3	2.665	0.488	3.154
4	6.243	-0.451	5.791	4	5.010	0.192	5.203
5	6.243	0.451	6.695	5	5.010	-0.192	4.817
6	3.322	1.143	4.466	6	2.665	-0.488	2.177
7	-1.153	1.300	0.147	7	-0.925	-0.555	-1.481
Tercer armónico							
1	-2.587	0.544	-2.043	1	-2.757	-1.459	-4.217
2	-0.586	0.833	0.247	2	-0.625	-2.236	-2.861
3	1.688	0.733	2.422	3	1.799	-1.966	-0.166
4	3.173	0.289	3.463	4	3.382	-0.776	2.606
5	3.173	-0.289	2.884	5	3.382	0.776	4.159
6	1.688	-0.733	0.955	6	1.799	1.966	3.766
7	-0.586	-0.833	-1.420	7	-0.625	2.236	1.611
Cuarto armónico							
1	-2.570	3.224	0.654	1	0.203	2.135	2.338
2	-0.582	4.940	4.357	2	0.046	3.271	3.317
3	1.677	4.344	6.022	3	-0.132	2.877	2.744
4	3.153	1.715	4.869	4	-0.249	1.136	0.886
5	3.153	-1.715	1.437	5	-0.249	-1.136	-1.385
6	1.677	-4.344	-2.666	6	-0.132	-2.877	-3.009
7	-0.582	-4.940	-5.523	7	0.046	-3.271	-3.225