

ESTUDO SÔBRE ÍNDICE DE SÍTIO E TABELAS DE VOLUME E
PRODUÇÃO PARA Pinus elliottii Engelm. NO
ESTADO DE SAO PAULO, BRASIL

Tese de Grau de Magister Scientiae

João Carlos Chagas Campos

Departamento de Ciências Florestais

Instituto Interamericano de Ciências Agrícolas da OEA
Centro de Ensino e Investigação
Turrialba, Costa Rica
Dezembro, 1970

ESTUDO SÔBRE ÍNDICE DE SÍTIO E TABELAS DE VOLUME E
PRODUÇÃO PARA Pinus elliottii Engelm. NO
ESTADO DE SÃO PAULO, BRASIL

Tese

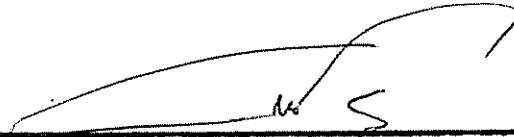
Apresentada ao Conselho da Escola para Graduados
como requisito parcial para optar ao grau

Magister Scientiae

no

Instituto Interamericano de Ciências Agrícolas da OEA

APROVADA:



Gilberto Páez, Ph.D.

Conselheiro



Leslie Holdridge, Ph.D.

Comitê



Pieter Grijpma, M.S.

Comitê



John Phillips, M.S.

Comitê

Dezembro, 1970

Aos meus pais
e irmãos

À Heloisa
e
Luciano

CONTEÚDO

	<u>Página</u>
1. INTRODUÇÃO	1
1.1. O problema e sua implicação	2
1.2. Objetivos	3
2. REVISÃO DE LITERATURA	5
2.1. A estimativa do volume do povoamento florestal	5
2.2. O método da tabela de volume	5
2.2.1. Tipos de tabelas e limitações	6
2.2.2. Método de cubagem de árvores individuais	8
2.3. A estimação do volume por unidade de área ..	10
2.3.1. O índice de sítio como indicador da classe de produção	12
2.3.1.1. A altura como indicadora do índice de sítio	15
2.3.1.2. A expressão do índice de sítio	16
3. MATERIAIS E MÉTODOS	17
3.1. Localização do estudo	17
3.2. Definição da aptidão ecológica das localidades	19
3.2.1. Condições ecológicas das localidades	21

3.3.	Coleta das informações	22
3.3.1.	População e amostras	24
3.3.2.	Procedimento para cubagem das árvores individuais	26
3.3.2.1.	A fórmula de Smalian aplicada na determinação do volume total da árvore ...	27
3.3.3.	Procedimento para a cubagem das árvores por parcela de 100 m ²	28
3.4.	Comparação de algumas equações para estimar volume	29
3.5.	Relação entre a altura e idade	33
3.5.1.	Limites de altura das classes de qualidade utilizando como base a altura de árvores dominantes e altura média maior que 90% destas	34
3.6.	Fórmulas utilizadas para a estimação do volume por unidade de área (ha)	35
4.	RESULTADOS	36
4.1.	Variabilidade relativa de regiões, localidades e árvores	36
4.2.	Estimação do volume para árvores isoladas ..	38
4.3.	Análise de variância correspondente a cada equação ajustada por quadrados mínimos	40
4.3.1.	Variação relativa de D^2H por classe	42
4.3.2.	Relação entre as variáveis geradas D^2/V e $1/H$	42

	<u>Página</u>
4.4. Tabelas de volume para duas frequências e três modelos propostos	45
4.4.1. Curva da relação entre o volume das árvores individuais e D^2H	46
4.5. Variação relativa dos desvios do volume; volume médio e frequência por estrato	48
4.5.1. Variância da regressão por estrato e por equação	49
4.6. Estimação de índices de sítio considerando duas alturas diferentes	52
4.6.1. Análise de variância correspondente a cada equação	53
4.6.2. Representação dos índices de sítio ...	54
4.7. Equações ajustadas para as tabelas de produção e respectivas precisões	54
4.7.1. Análise de variância correspondente às equações ajustadas.....	57
4.7.2. Tabelas de produção estabelecidas ...	58
5. DISCUSSÃO	59
6. CONCLUSÕES	67
7. RESUMO	69
RESUMEN	72
SUMMARY	75
LITERATURA CITADA	78
APÊNDICES	82

LISTA DE QUADROS

<u>Quadro Nº</u>		<u>Página</u>
1	Situação geográfica e condições climáticas das sedes municipais das localidades estudadas	20
2	Correspondentes regiões bioclimáticas e classificação climática segundo Köppen; déficit hídrico	22
3	Distribuição das parcelas por localidade ...	23
4	Frequências das árvores por classe de diâmetro, para os dois grupos de dados considerados neste estudo (classes de 2,5 em 2,5 cm)	24
5	Distribuição das parcelas de 100 m ² por localidade e idade em anos	26
6	Componentes de variância relativa para três fontes de variação consideradas	37
7	Equações estimadas de volume para árvores individuais, desvio da estimativa e coeficiente de determinação	39
8	Análises de variância efetuadas para as equações	41
9	Estratos segundo classes de D ² H, com a sua correspondente variação relativa do volume (N = 112)	48
10	Variância da regressão da amostra por estrato	49
11	Equações de predição dos índices de sítio, desvios da estimativa e coeficientes de determinação	53
12	Análises de variância para as equações de índice de sítio	53

<u>Quadro Nº</u>		<u>Página</u>
13	Equações de predição do volume por unidade de área e confiabilidade do estimado	56
14	Análises de variância das equações ajustadas	57

LISTA DE FIGURAS

<u>Figura Nº</u>		<u>Página</u>
1	Localização da área "amostrada"	18
2	Variação relativa de D^2H por classe	43
3	Relação D^2/V e $1/H$ para 45 árvores da amostra	44
4	Relação linear entre o volume do tronco sem casca como função da variável combinada D^2H	47
5	Variação relativa das estimativas por função e classe de D^2H	51
6	Curvas de índices de sítio à idade índice 12 anos para plantações de <u>P. elliotii</u> var. <u>elliottii</u> situadas no Sul do Estado de São Paulo	55

1. INTRODUÇÃO

O aumento do valor da madeira, estimulou o produtor florestal a interessar-se por incrementar sua produtividade ao mesmo tempo que o levou a obter preço mais compatível com a qualidade e quantidade do produto vendido. Como consequência começou a preocupação para o desenvolvimento de métodos de medição mais racionais e precisos, de forma a proporcionar uma estimativa confiável do material que deveria ser oferecido para a venda. Além desses propósitos, o produtor tornou-se conciente de que o seu bosque era exaurível e que com um manejo adequado poderia êle proporcionar um suprimento mais contínuo do seu produto florestal. Daí surgiu a necessidade de conhecer a extensão da propriedade e a quantidade de material da floresta.

Com a transformação das florestas naturais, de caráter multiano, portanto, em povoamentos puros equianos, foi divisado um método de estimar o estoque atual, bem como, de prever a produção em anos subsequentes. Isso foi alcançado graças ao conceito das tabelas de produção, que possibilitaram estimações volumétricas por unidade de área, segundo a combinação de algumas variáveis de produção como a classe de qualidade, idade e densidade.

Prosseguindo nesse curso de aperfeiçoamento das técnicas das mensurações, o produtor se interessou também em aumentar a produção do bosque, segundo algum tratamento ou sistema de manejo. Para a investigação sôbre o crescimento que se estaria conseguindo com êsse novo tratamento, se requeria a mensuração acurada das árvores individuais,

dispostas em pequenas parcelas. Aí se evidenciou a importância da mensuração também no campo experimental.

1.1. O problema e sua implicação

Durante o ano de 1969, o índice de reposição (índice de reposição é a razão entre a área reflorestada e a área desmatada x 100) das florestas no Estado de São Paulo alcançou a cifra de 154% (40), indicando portanto um acréscimo da área florestada em relação ao desmatamento. Esses povoamentos artificiais que desde alguns anos vêm sendo implantados, cada vez mais intensivamente, são formados em sua maioria por espécies exóticas, especialmente pertencentes aos gêneros Eucalyptus e Pinus.

Dentre as coníferas, o Pinus elliottii Engelm. var. elliottii é a espécie que mais tem sido difundida nesse Estado, devido principalmente à existência de condições ecológicas apropriadas. Somente durante o ano de 1969 estava previsto o plantio de mais de 5.400 ha. Embora essa espécie tenha sido introduzida na região há quase duas décadas, somente uma parte dos problemas referentes ao seu cultivo está resolvido. Esses problemas são os relativos à silvicultura e ecologia, onde os técnicos florestais atingiram um grande progresso, culminando com a recente delimitação das áreas potencialmente aptas para o seu crescimento, bem como, para diversas outras coníferas.

No campo da mensuração dessa espécie, diversas incógnitas estão solicitando interesse para a sua solução. Uma delas é a que se refere à relação entre o crescimento e a idade da plantação, o que poderia

considerar-se como um indicador da classe do sítio, importante indicador, por outro lado, das possibilidades da produção. Também já se torna básica a necessidade de se compor uma tabela de volume para árvores de maior porte, agora existentes, e situada em regiões consideradas aptas ecológicamente. É de se ressaltar a existência de uma tabela volumétrica dessa espécie no Brasil, organizada quando as plantações não eram adequadamente distribuídas e de idade avançada (20). Essas duas deficiências foram, aliás, uma forte razão para a inexistência de estudos mais atualizados e completos.

Em um estudo recente, o aspecto foi assim mencionado por Victor e Montagna (40): "a localização e idade das plantações, produtividade do 'site', etc., são básicas para o cálculo do estoque de matéria prima necessária, tanto às indústrias já existentes, como àquelas em fase de implantação".

1.2. Objetivos

Esta pesquisa, referente ao Pinus elliottii var. elliotti, tem por objetivos básicos:

- 1) Testar a eficiência de três modelos de equação na estimação do volume total de árvores individuais.
- 2) Estabelecer índices de sítio, baseando-se na altura de árvores dominantes e na altura média das árvores maiores que 90% das dominantes.

- 3) Comparar a eficiência de três modelos matemáticos comumente utilizados na construção de tabelas de produção.

2. REVISÃO DE LITERATURA

2.1. A estimativa do volume do povoamento florestal

O ordenamento florestal está naturalmente vinculado com o conhecimento das disponibilidades de madeira, expressas através do seu volume (9). As possibilidades de estimação do volume de um povoamento florestal, podem-se dividir em dois grupos principais: aquêles que estima o volume a partir de árvores individuais, conhecido como o método da tabela de volume, e aquêles que estima o volume tomando a unidade de superfície como base, procedimento feito através de uma tabela de produção (16). O primeiro grupo está mais diretamente vinculado ao conhecimento das existências presentes, enquanto o segundo se presta mais para previsões das disponibilidades futuras ou incremento proporcionado, possibilitando também considerações de caráter econômico (16, 23). Para isso será necessário conhecer a produtividade de cada localidade*, segundo a espécie, indicada através de um índice de sítio (site index).

2.2. O método da tabela de volume

Spurr (33) considera que dentre os vários métodos de estimação do volume de árvores individuais, o método que emprega a tabela de volume é o mais importante.

* Qualidade de sítio (site index) é um termo vago que indica a produtividade relativa de uma localidade para uma espécie determinada (29).

Em função de determinadas características, o volume é estimado através de procedimentos gráfico ou analítico (16), sendo um problema estatístico, ligado ao campo da estimação. Uma tabela de volume é um meio de fornecer o conteúdo médio por árvore, de vários tamanhos e espécies (4). Por outro lado, o fato de se utilizar na construção e uso dessas tabelas, árvores que também estão ligadas ao povoamento em medição, conduzirá a uma compensação dos erros resultantes pelo fato de se tomar os valores médios pelos verdadeiros (16).

2.2.1. Tipos de tabelas e limitações

Na estimativa do volume da árvore, o problema pode tomar aspectos mais e menos complexos, segundo o interesse de se usar mais e menos variáveis. Dentre estas, o diâmetro e a altura são as mais usadas na prática, embora o fator de forma possa ser também utilizado.

Tabelas de volume que requerem para seu uso uma simples variável, neste caso o diâmetro, são referidas como locais. Aquelas que além do diâmetro requerem a altura, são denominadas "standards" (4).

Formais são as tabelas que para serem usadas, além do diâmetro e altura, requerem o fator de forma (16). O emprêgo do fator de forma está quase sempre limitado ao problema da estimação direta do volume do tronco, sendo comumente desnecessário servir como uma terceira variável independente no estabelecimento de tabelas de duas entradas.

As tabelas locais, embora possuam somente a variável diâmetro como referência, isto não significa que a altura não foi considerada

durante a sua construção. Todavia, são de aplicação local, considerando que a relação hipsométrica diâmetro-altura varia de um sítio para outro (23). Conhecendo-se essa relação, é possível construí-las a partir de tabelas "standards" ou de duas entradas. Ante as possibilidades de se conseguir grande aproximação na estimativa de volumes por outros processos, o método de tabela local é considerado ultrapassado (16).

Para se estabelecer uma tabela local a partir de uma tabela "standard", uma possibilidade, é através do método gráfico. Conforme procedimento mencionado por Avery (4), de posse dos dados de campo para o lugar onde se quer a tabela local, deve-se marcar os valores dos diâmetros e alturas num sistema plano de coordenadas. Dessa forma se terá a altura a ser usada na tabela de duas entradas, para efeito de se conhecer o volume em função dos diâmetros locais inicialmente medidos.

No processo de construção de uma tabela é preciso definir antecipadamente o que se quer medir - se o volume total da árvore, com ou sem casca, ou se o denominado volume comercial (30). Neste último, se requer a medição do diâmetro superior mínimo do tronco, o qual pode variar segundo a aplicação que se dará à madeira.

Husch (23) considera que um problema inerente da própria técnica de construção de tabelas de volume é o relacionado com a variação da forma de cada árvore, que difere da forma dos sólidos geométricos padrões. Essa é uma razão por que numerosas equações têm sido desenvolvidas para expressar o volume da árvore. Também menciona que

na técnica gráfica, empregada com o propósito de encontrar o volume da árvore, embora a função matemática esteja implícita, ela não é necessária. Embora certas vantagens ocorram por essa solução, tem, por outro lado, a desvantagem de incorrer numa subjetividade de caráter pessoal. Para Pita Carpenter (30), uma solução gráfica pode ser um meio eficaz de sugerir relações e comprovar resultados.

2.2.2. Método de cubagem de árvores individuais

Na construção de uma tabela de volume, o problema começa com a escolha da equação que melhor se ajuste às variáveis independentes diâmetro e altura e (ou) fator de forma, para expressar a variável dependente volume (33). Furnival (12), menciona que o problema começa em selecionar a equação que se ajuste melhor a um grupo particular de dados.

Muitos elementos devem ser observados como critério de seleção de uma equação, destacando-se a simplicidade e a precisão proporcionadas.

Honer (22) enumera como simplicidade a linearidade entre a relação volume-diâmetro/altura, a possibilidade de solução da regressão pelas técnicas gráficas e dos quadrados mínimos, e o fato de satisfazer a homogeneidade da variância do volume tanto para as grandes árvores como para as pequenas. Como precisão cita que os erros do volume devem ser proporcionais, independentemente do tamanho das árvores.

Pita Carpenter (30) cita que além do resultado da estimação do

volume, através de uma tabela, interessa conhecer a precisão obtida para as diferentes dimensões de árvores e, que uma tabela com seus erros compensados entre árvores grandes e pequenas, pode oferecer resultados medíocres se aplicada a um povoamento homogêneo e de uma só idade. Neste caso, uma tabela local poderá ser de grande utilidade.

Dentre as diversas equações propostas para a estimativa do volume de árvores individuais, incluem as de soluções logarítmicas e aritméticas. Soluções logarítmicas são propostas no ajustamento de equações de volume não lineares, sendo compatíveis com a homogeneidade da variância assumida para a regressão (28, 30).

As fórmulas de tipo variável combinada, as vezes empregadas na construção de tabelas volumétricas, são de solução linear direta e utilizam como variável independente o produto da altura pelo quadrado do diâmetro. Em um sistema plano de coordenadas, será possível representar a relação entre as variáveis dependente e independente (5, 30). Também, funções de tipo variáveis transformadas têm sido propostas como isentas de proporcionarem erros devido mudança de porte das árvores (22).

Reconhece Furnival (12), que o método dos quadrados mínimos é o mais usado no ajuste de curvas pois exclui qualquer possibilidade de subjetividade pessoal. Considera ainda que a objetividade matemática conseguida para o ajuste, poderá ser "nublada" pelo critério pessoal, quando da escolha da equação.

2.3. A estimacão do volume por unidade de rea

Husch (23) define tabela de produo como uma apresentao tabular do volume por unidade de área para povoamentos equianos, segundo a idade e outras condies específicas do povoamento. Elas indicam a quantidade de madeira que pode ser esperada a uma determinada idade.

Como condies específicas para o seu preparo, além da idade, são variáveis mais comumente usadas, a classe de qualidade, expressa através de um ndice de sítio, e a densidade (16, 33).

Desde que a capacidade produtiva de um lugar varia com a sua qualidade, decidiu-se que o ndice de sítio seria a sua melhor expressão para efeito comparativo.

A densidade, definida como o grau em que determinada área  utilizada pelas árvores que a ocupa, pode ser expressa em têrmos absolutos ou relativos. As variáveis mais comuns que expressam densidade são a área basal e o número de árvores por unidade de rea. Todavia, muitas vêzes o número de árvores por unidade de área varia sem afetar a densidade. Uma boa expressão para a densidade  o ndice de densidade do povoamento, resultado de uma combinao das duas variáveis anteriores (33).

A falta de precisão na medida das variáveis, quase sempre  um problema. A idade, por exemplo, frequentemente constitui um problema para a sua definio, desde que a maioria dos estudos emanam de imformaes de parcelas temporárias. A soluço usual  determin-la a partir da contagem dos anéis de crescimento  altura de 1,30 m. Um

número de anos é acrescentado para completar o suposto tempo gasto para aquela árvore alcançar essa altura (33).

A equação de regressão empregada para predizer a produção por hectare, segundo a idade, densidade e índice de sítio, pode variar, desde que se acrescente mais ou menos variáveis que expressem interações entre essas variáveis básicas.

Clutter (10) encontrou que a expressão (1), descrita a seguir, foi uma boa equação para efeito de estudo da produção do Pinus taeda e menciona que esse modelo tem sido utilizado com sucesso para sua mensuração.

$$\log V = b_0 + b_1 C1 + b_2 \log AB + b_3 A^{-1} \quad (1)$$

onde:

V = volume por hectare

C1 = índice de sítio

AB = área basal por hectare

A = idade

b_0, b_1, b_2, b_3 = parâmetros

Bennett, McGee e Clutter (6) empregaram em estudo da produção de Pinus elliottii na Carolina do Sul e Georgia, o modelo:

$$\log V = b_0 + b_1 1/I + b_2 C1 + b_3 \log \left(\frac{\text{área por árvore}}{\% \text{ árvores sobreviventes}} \right) + b_4 1/C1 \quad (2)$$

Com a substituição da expressão da densidade anterior (área por

árvore/% árvores sobreviventes), pelo número de árvores por hectare (N), Heinsdijk (20, 21), empregou o modelo:

$$\log V = b_0 + b_1 1/I + b_2 Cl + b_3 \log N + b_4 1/Cl \quad (3)$$

sendo as variáveis de (2) e (3), de mesmas denominações do modelo (1).

Clutter (10) cita como vantagens do modelo (1): a) que a forma matemática oferece relações concordantes com o conceito biológico do crescimento de um povoamento equiano; b) que o uso de $\log V$, é mais compatível como o conceito estatístico feito costumeiramente em análise de regressão, ou seja, linearidade, normalidade, aditividade e homogeneidade da variância; c) por último, que o $\log V$ é uma maneira conveniente de matematicamente expressar a interação das variáveis independentes em seu efeito sobre o volume.

2.3.1. O índice de sítio como indicador da classe de produção

Para propósitos de manejo é importante conhecer as respostas em crescimento das árvores do povoamento, segundo os fatores do meio (23). Esse conhecimento é possível pela determinação do índice de sítio. Aparte das muitas informações proporcionadas por este índice, ele é um pré-requisito para a utilização de uma tabela de produção, onde constitui, quase sempre, uma variável independente.

Segundo Trimble Jr. e Weitman (34), o índice de sítio constitui uma medida padrão da produtividade das terras florestadas e que a silvicultura científica deve ser baseada no conhecimento da

produtividade potencial dessas terras. Para McGee e Clutter (27), a produtividade na silvicultura americana é expressa em termos de índice de sítio, definido como uma expressão da qualidade do sítio baseado na altura do povoamento dominante e em uma idade índice. Husch (23) lembra que o índice de sítio expressa a produtividade de uma determinada área por espécie. Compreende-se que numa mesma área, pode existir vários índices de sítio, conforme a espécie que se considerar.

Van Goor (35) indica que o índice de sítio é importante não somente nas práticas silviculturais como também serve de base para a pesquisa e classificação das terras florestais, estando esta classificação relacionada com a produção de madeira e com as consequências econômicas.

Entre as diversas possibilidades de determinação do índice de sítio, o método mais aceito é o que relaciona a altura das árvores dominantes e (ou) codominantes, com a idade (24), sendo que esta pode ser escolhida arbitrariamente (8). Muitos autores, todavia, utilizam 50 ou 100 anos como idade índice, baseando na maior ou menor rotação da espécie.

Um método de determinação prática de índices de sítio tem sido matéria muito discutida no campo florestal, dada a complexidade dos fatores possíveis de influenciar o crescimento das árvores, podendo tais fatores agirem de modo interativo e interdependente. Isso torna difícil relacionar causa e efeito.

Husch (23) divide em duas as maneiras gerais possíveis de

avaliação da qualidade do lugar: a) pela medição individual de um ou mais fatores do meio, considerados associados com o crescimento da árvore, e b) pela medição de certas características da árvore, consideradas influenciadas pela qualidade do lugar.

Dentre os fatores do meio associados com o crescimento da árvore, o solo é o que mais tem sido considerado, embora fatores como a topografia, temperatura, altitude, etc., sejam às vezes determinantes no crescimento das árvores (25). As propriedades físicas do solo têm apresentado características mais vantajosas de definição da qualidade do lugar do que as propriedades químicas (38).

O fato de se poder determinar a qualidade do lugar em áreas isentas de vegetação, é considerado a grande vantagem de se utilizar as propriedades do solo como um indicador (19, 23). Também, por esse meio existe uma base comparativa mais estável, isenta, portanto, de grandes variações (23).

O volume e a altura são características da vegetação que podem ser medidas para expressar a qualidade de um sítio (31). Todavia, o uso do volume é de pouco valor prático devido ser de difícil medição e por variar muito, segundo o manejo sofrido pelo povoamento (11, 23).

Para Alexander, Tackle e Dahms (2), embora muitos indicadores tenham sido experimentados, nenhuma medida da qualidade de sítio é inteiramente satisfatória.

2.3.1.1. A altura como indicadora do índice de sítio

Uma razão para usar a altura das árvores dominantes é o fato de não serem afetadas por efeito de desbastes, que de um modo geral, eliminam árvores da classe dominada, fornecendo um resultado enganador para a altura média (33). A altura das árvores dominantes e co-dominantes é a medida de índice de sítio que mais práticos e acurados resultados tem apresentado (1, 2, 13, 33), sendo de fácil determinação.

A altura média em alguns casos tem sido usada como variável independente na indicação de índice de sítio (21). Também já foi proposto não se considerar árvores dominadas, cujas alturas não alcancem uma determinada porcentagem da altura média da parcela (17).

Vincent (41) menciona que fatores como, alguma supressão de crescimento da planta na fase inicial, danos causados por animais, densidade, além do efeito direto do sítio, são possíveis de afetar o crescimento em altura, podendo o índice de sítio encontrado ter sido influenciado em maior ou menor grau. Lembra, todavia, que a altura superior quando utilizada com cuidado, por reconhecimento antecipado das desvantagens impostas pela natureza, é, talvez, o mais simples e melhor indicador do índice de sítio.

A densidade, empregada como variável na determinação desse índice, freqüentemente é expressa como o número de árvores por unidade de área. Spurr (33) reconhece que a maioria dos estudos confirmam a independência da altura em relação à densidade, ou seja, em relação ao espaçamento entre árvores. Em densidade extrema, menciona

que a altura poderá ser afetada. Heinsdijk (20) e Gurgel Filho (18) não encontraram efeito significativo dos espaçamentos das plantações de P. elliottii usadas neste estudo, em relação à sua altura.

2.3.1.2. A expressão do índice de sítio

O índice de sítio, determinado freqüentemente pela relação altura de árvores dominantes a uma idade índice qualquer, é expresso numéricamente, em vez de ser uma descrição generalizada da qualidade do lugar (11, 23). Curvas são traçadas indicando os limites máximo e mínimo da altura esperada para cada idade, embora se possa organizar tabelas com o mesmo fim.

Para essa determinação, geralmente se usa uma expressão do logaritmo da altura como uma função linear da recíproca da idade (6, 27), ou seja:

$$\log H = b_0 + b_1 1/I$$

onde:

H = altura usada para índice de sítio (geralmente das árvores dominantes)

I = idade índice

Segundo McGee e Clutter (27), como requisitos para a sua aplicação deve haver uma relação linear entre o logaritmo da altura e a recíproca da idade, não devendo haver correlação linear entre os mesmos para os diferentes índices encontrados.

3. MATERIAIS E MÉTODOS

3.1. Localização do estudo

Este estudo foi realizado utilizando dados provenientes de plantações situadas no Estado de São Paulo, Brasil. Este Estado conta com vastas áreas com plantações de coníferas exóticas. O Pinus elliottii Engelm. var elliottii* ocupa uma grande área dessas plantações, principalmente no Sul e Nordeste, devido a condições ecológicas apropriadas para o seu desenvolvimento. Essas plantações são de propriedade particular ou estadual, e neste caso, de âmbito estadual ou federal.

Tendo em vista a favorável dispersão das áreas florestadas pertencentes ao Instituto Florestal do Estado, decidiu-se pela tomada da maioria dos dados em suas próprias dependências. Numa oportunidade foram utilizadas algumas medições originárias de uma área pertencente ao Instituto Brasileiro de Desenvolvimento Florestal (IBDF), para efeito do estudo de equações de volume.

A Figura 1, indica a localização das quatro Regiões Bioclimáticas definidas por Golfari (15), bem como, das sedes municipais a que pertencem as localidades aqui mencionadas. Como se pode observar, essas localidades situam-se nas Regiões 1 e 4.

* Há também o Pinus elliottii var. densa, de ocorrência natural no Estado da Flórida. Segundo Golfari (36), esta espécie é de clima subtropical úmido, apresentando déficit hídrico no inverno.

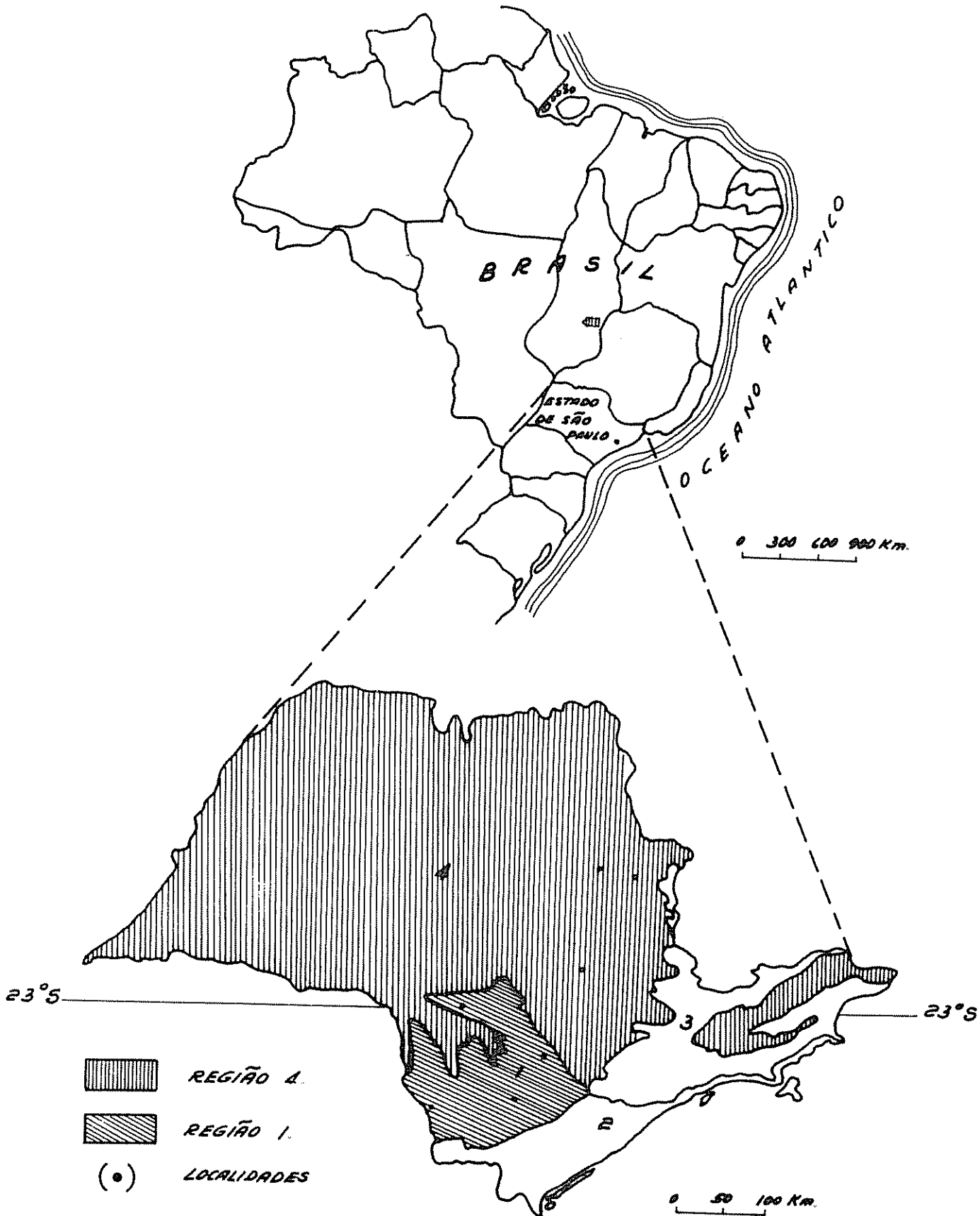


FIGURA 1-LOCALIZAÇÃO DA ÁREA "AMOSTRADA"

3.2. Definição da aptidão ecológica das localidades

Van Goor (36) e Golfari (15) divulgaram estudos sôbre a capacidade das terras para efeito de reflorestamento com P. elliottii e outras coníferas, no Estado de São Paulo. Os critérios dêsses estudos estiveram baseados, principalmente, em características pedológicas e climatológicas.

Neste estudo, seguiu-se a classificação ecológica de Golfari (15), que divide a área do Estado de São Paulo em Regiões Bioclimáticas. Esse critério foi adotado devido proporcionar maior facilidade para a definição ecológica de cada localidade aqui estudada. Por outro lado, para efeito da consideração da classificação de Van Goor (36) - base pedológica, principalmente - seria necessário dispor-se de informações mais detalhadas quanto às propriedades químicas do solo de cada localidade, que, no entanto, não eram disponíveis no momento do estudo.

O fato de se ter classificado as localidades, segundo a região bioclimática a que pertencem, não implica em que dentro da área classificada como de boa aptidão (região 1), não ocorra plantações das mais diversas qualidades. Isso se deve, evidentemente, à existência de diversas qualidades de sítios, determinadas, neste caso, principalmente por fatores pedológicos.

No Quadro 1, são mencionadas características de posição geográfica e climáticas por localidade onde foram coletados os dados.

QUADRO 1. Situação geográfica e condições climáticas das sedes municipais das localidades estudadas (segundo Ventura, Berengut e Victor (39))

Localidade	Situação geográfica		Altitude	Temperatura °C		Precip. mm	
				Média mês mais quente	Média mês mais frio	Média total anual	Média mês mais sêco
	Lat.S.	Long.W.Gr.					
Hôrto Florestal de Avaré	23°06	48°55	751	22,3	15,5	1285	35,6
Floresta Est. de Casa Branca	21°46	47°05	670	24,0	< 18,0	1230	10,7
Parque G. Vargas*	-	-	-	-	-	-	-
Floresta Est. Itapetininga	23°42	44°57	645	23,3	15,3	1216	35,1
Reserva Est. Itararé	24°07	49°20	780	< 22,0	< 18,0	1000 a 1400	30,0 a 60,0
Hôrto Florestal Sta. Rita	21°40	47°30	715	23,1	17,5	1372	7,2
Hôrto Florestal Tupí	22°43	47°38	580	24,3	16,0	1170	23,5

* Embora não se dispusesse das informações para essa localidade, pode-se afirmar serem muito similares às de Itapetininga

3.2.1. Condições ecológicas das localidades

Golfari (15) divide o Estado de São Paulo em quatro grandes regiões bioclimáticas bem definidas para efeito de reflorestamento com coníferas. As regiões 1 e 4 foram consideradas, respectivamente, aptas e não aptas para reflorestamento com P. elliottii var. elliottii (Figura 1).

A região bioclimática 1 foi assim descrita: "altiplanos entre 600 e 1100 m, de clima temperado úmido com chuvas bem repartidas durante o ano embora predominantes no verão; não se produz déficit hídrico; todos os anos ocorrem geadas".

Para a região 4, escreveu: "altiplanos entre 300 e 1000 m, clima subtropical úmido, com chuvas estivais e inverno seco com déficit hídrico mais ou menos pronunciado; geadas são muito raras".

Pertencem à região 1, os tipos climáticos Cfa e Cfb, segundo a classificação de Köppen. O primeiro é o predominante, estando a ocorrência do segundo limitada às áreas de maior altitude. A maior parte da região é de topografia plana a ondulada, com solos caracterizados por uma grande variação de tipos (26), predominando as unidades de Latosolo.

Na região 4, encontram-se os tipos climáticos Cwa, Cwb e Aw. Esta região, como a anterior, é de topografia entre plana e ondulada. As unidades mais comuns de solo são os Podzois e Latosolos.

No Quadro 2 consta a situação de cada localidade em que foram tomados dados, quanto à região bioclimática a que pertencem, a classificação climática de Köppen, bem como, o déficit hídrico anual,

segundo o método de Thorntwait.

QUADRO 2. Correspondentes regiões bioclimáticas e classificação climática segundo Köppen; déficit hídrico.

Localidade	Região Bio-climática	Classificação climática de Köppen	Déficit hídrico (mm)
H. Fl. Avaré	1	Cfa	0 - 25
Fl. Est. C. Bran.	4	Cwa	50 - 80
Parque G. Vargas	1	Cfa	0
Fl. Est. Itapetininga	1	Cfa	0
R. Est. Itararé	1	Cfa	0
H. Fl. Sta. Rita	4	Cwa	80 - 100
H. Fl. Tupí	4	Cwa	50 - 80

3.3. Coleta das informações

Os dados coletados para efeito deste estudo foram de duas naturezas: aqueles utilizados nos testes com as equações indicadas para o volume das árvores individuais e aqueles usados para estudos sobre a determinação de índices de sítios. No primeiro caso a unidade mostral foi a árvore individual e, no segundo, foram as árvores compreendidas numa parcela de 100 m².

Para estudos do volume de árvores individuais foram utilizadas informações provenientes de árvores das localidades situadas nas

regiões 1 e 4. Para os estudos de índices de sítio, foram utilizados somente dados de árvores das localidades situadas na região 1, portanto, de condições ecológicas aptas para o crescimento da espécie estudada.

O Quadro 3 indica os tipos de informações coletadas por localidade, as frequências, bem como as suas respectivas regiões bioclimáticas.

O processamento de dados foi realizado no Centro de Computação Eletrônica do Instituto Interamericano de Ciências Agrícolas, em uma computadora IBM - 1620, com 40.000 posições de memória.

QUADRO 3. Distribuição das parcelas por localidade.

Localidade	Região Bioclimática	Número de árvores utilizadas para a estimação do volume	Número de áreas de 100 m ² utilizadas nas tabelas de produção
H. Fl. Avaré	1	41	13
Fl. Est. C. Branca	4	18	-
Parque G. Vargas	1	16	27
Fl. Est. Itapetininga	1	56	15
R. Est. Itararé	1	15	35
H. Fl. Sta. Rita	4	12	-
H. Fl. Tupí	4	6	-
		164	90

3.3.1. População e amostras

A população pode definir-se como as árvores das plantações situadas em dependências do Instituto Florestal do Estado de São Paulo, com denominações de hortos florestais e florestas estaduais. As plantações situadas no Parque Getúlio Vargas pertenciam ao IBDF, local onde também foram efetuadas medições para os objetivos aqui propostos (Quadro 3). Essas plantações eram de espaçamento 2,0 x 2,0 m, e 1,5 x 1,5 m, sendo êste último em minoria.

A árvore individual constituía, evidentemente, a unidade mostral para o estudo comparativo das equações de volume. Medidas de 164 árvores foram utilizadas, sendo divididas em dois grupos, constituídos de 112 e 52 árvores. No 1º grupo, incluíam somente árvores da região bioclimática 1, possuindo em maioria árvores de maior porte. No 2º grupo, somente 16 árvores pertenciam à região 1. Através da determinação de componentes de variância, foi verificada a possibilidade de agrupamento desses dados.

A distribuição dessas árvores, por classe diamétrica, é dada no Quadro 4.

QUADRO 4. Frequências das árvores por classe de diâmetro, para os dois grupos de dados considerados neste estudo (classes de 2,5 em 2,5 cm).

	C l a s s e s d e d i â m e t r o													
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1º grupo	-	2	3	10	22	24	14	18	7	3	6	1	2	= 112
2º grupo	1	3	3	12	11	12	4	1	2	2	-	-	-	± 52
	1	5	6	22	33	36	18	19	9	5	6	1	2	1 164

O 2º grupo, propositadamente foi constituído de árvores já utilizadas pelo Setor de Inventários Florestais do Ministério de Agricultura, para organizar a primeira tabela de volume de P. elliotii no Brasil. Êste grupo era composto em maioria de árvores situadas na região 4.

Para efeito do estabelecimento de índices de sítio, sòmente mediu-se árvores de parcelas situadas na região 1, considerada, portanto, de plena aptidão ecológica. Isto foi decidido, considerando que após os atuais estudos de classificação ecológica, espera-se não mais efetuar plantios de P. elliotii em regiões que não proporcione um crescimento satisfatório.

As unidades mostrais constituíram-se da medição de tôdas as árvores compreendidas numa superfície de 100 m^2 , sendo medidos o diâmetro (DAP) e a altura total. As idades das parcelas foram consideradas a partir do mês em que foi efetuado o plantio da muda.

Para proporcionar maior uniformidade na medição e distribuição das árvores dessas parcelas, usou-se tomar unidades mostrais retangulares de 100 m^2 , de dimensões $33,3 \times 3,0 \text{ m}$ e $40,0 \times 2,5 \text{ m}$, respectivamente, para plantações de espaçamentos $2,0 \times 2,0 \text{ m}$ e $1,5 \times 1,5 \text{ m}$. A menor dimensão da parcela abrangia duas fileiras contíguas.

As parcelas medidas para o estabelecimento de índices de sítio foram nas frequências e idades, conforme o Quadro 5.

QUADRO 5. Distribuição das parcelas de 100 m² por localidade e idade em anos.

Localidade	Frequência	Idade (anos)
Avaré	13	12, 16
Get. Vargas	27	6, 8, 10, 12, 20
Itapetininga	15	6, 7
Itararé	35	3, 4, 6, 9
	90	

3.3.2. Procedimiento para cubagem das árvores individuais

As árvores foram selecionadas "mais ou menos ao acaso", procurando-se uma equitativa distribuição, segundo o seu porte, sendo depois medidas da seguinte forma: o diâmetro foi medido com uma fita dendrométrica à altura de 1,30 m (DAP), ao mesmo tempo em que se marcava no tronco a referência correspondente a 1,0 m de altura a partir do nível do solo. Isto foi feito para proporcionar uma perfeita cubagem das secções, pois após o corte da árvore seria difícil a cubagem do tóco remanescente. Feito isso, procedeu-se à derrubada da árvore, com um corte bem próximo do chão; isso facilitou uma cubagem bastante precisa. Com a fita, mediu-se o comprimento total da árvore, a partir da marca de 1,0 m, anteriormente assinalada. Também, de 1,0 em 1,0 m foi feito um corte na casca até encontrar madeira limpa; e -

isso permitiu a medida da espessura da casca a várias alturas, o que foi feito com uma escala de aço apropriada. Também o diâmetro sobre a casca foi medido na altura dessas marcas de metro em metro.

Tôdas essas informações eram anotadas num formulário apropriado, onde outras informações complementares eram também assinaladas.

Devido à maneira em que êsse formulário foi organizado, com algumas operações, "automáticamente" se sabia: o volume da árvore, com e sem casca, o seu fator de forma, também com e sem casca, bem como algumas outras medidas básicas, sem contudo necessitar da aplicação, separadamente, da fórmula de Smalian na cubagem das secções. Para melhor compreensão, ver formulário 1, no Apêndice.

3.3.2.1. A fórmula de Smalian aplicada na determinação do volume total da árvore

Para proporcionar uma grande precisão na estimação do volume do tronco, foi necessário proceder-se a sua cubagem direta por secção. Essa cubagem foi feita empregando a fórmula de Smalian, a qual é expressa por $V = \frac{A_0 + A_1}{2}$. A cubagem da última secção foi feita empregando a fórmula do cone. Para evitar acumulação de êrros em cada aplicação desta fórmula por secção, é desejável o procedimento de encontrar uma fórmula única para expressar o volume do tronco.

Assim, sendo A_0 , A_1 , ..., A_n , as áreas da base de cada secção de comprimento 1,0 m, podemos escrever:

$$V = \frac{A_0 + A_1}{2} \cdot 1 + \frac{A_1 + A_2}{2} \cdot 1 + \dots + \frac{A_{n-1} + A_n}{2} \cdot 1 + \frac{1}{3} \cdot A_n \cdot h \quad (1)$$

Assumindo $A_0 = A_1$, para a primeira secção podemos escrever,

$$\frac{A_0 + A_1}{2} \cdot 1 = \frac{2A_1}{2} \cdot 1 = A_1$$

Resolvendo (1), temos,

$$V = A_1 + \frac{1}{2} A_2 + \frac{1}{2} A_3 + \dots + \frac{1}{2} A_{n-1} + \frac{1}{2} A_n + \frac{1}{3} A_n \cdot h \quad (2)$$

A expressão (2), reduz-se a,

$$V = A_1 + \frac{1}{2} (A_2 + A_3 + \dots + A_{n-1}) + \frac{1}{2} A_n + \frac{1}{3} A_n \cdot h$$

Com esta expressão, contida já no formulário de campo, pode-se encontrar o volume do fuste com ou sem casca, desde que se utilize as medidas das circunferências, também com ou sem casca.

3.3.3. Procedimento para a cubagem das árvores por parcela de 100 m²

As parcelas foram localizadas de forma a garantir uma representação das mais diversas qualidades de sítio. Depois procedeu-se à medição do diâmetro à altura de 1,30 m (DAP) e da altura total de

tôdas as árvores. Esta era medida com um Blume-Leiss, quando as árvores tinham uma grande altura, e com uma vara graduada, quando de pequena altura.

Como corolário dessa explicação anterior, deve-se isso ao fato de se alcançar maior rapidez e precisão nas medições, quando se usa a vara graduada nas pequenas árvores, ainda mais que em idade mais jovem, o uso do hipsômetro é grandemente dificultado devido à proximidade das árvores, impedindo uma perfeita visualização do ápice.

Com estas informações de campo, foi possível a estimativa do volume por parcela e por hectare, com o uso de uma tabela de volume apropriada. Utilizou-se a tabela construída com 112 árvores e fórmula logarítmica.

3.4. Comparação de algumas equações para estimar volume

O fato de muitos autores ainda estudarem o comportamento de equações para o volume de árvores individuais, procurando encontrar a que melhor se ajuste a determinada espécie, indica existir certa variação quanto à precisão da estimativa, segundo cada caso particular. Assim é que Amaral (3), Beers (5), Bonilla (7), Golding e Hall (14), Honer (22), Schumacher (32) e Spurr (33), dentre outros, publicaram estudos sobre a escolha da melhor equação, resultando êstes nas mais diversas conclusões, segundo fatores como a espécie em estudo, o porte das árvores consideradas, o volume desejado (se total ou parcial), a magnitude da amostra empregada, e outros.

Neste estudo enfocou-se a comparação de três equações volumétricas

consideradas as que mais rigor ofereciam na estimação do volume. Duas dessas equações já haviam sido aplicadas para o P. elliottii, embora em sítios de condições ecológicas consideravelmente diferentes (6, 20), bem como os objetivos procurados. Essas duas equações mencionadas foram a equação logarítmica de Schumacher e da variável combinada. Esta última, Gomes (16), menciona ser a mais indicada para o gênero Pinus.

Em 1965, Honer (22), divulgou que uma função chamada variável transformada, era portadora de muitas propriedades estatísticas que outras fórmulas não cumpriam, além da facilidade de resolução, e que o problema da não homogeneidade da variância ao longo da linha de rereção, estava resolvido sem para isso necessitar de ponderação.

Baseado nessas considerações, decidiu-se pela seleção das três equações a seguir, de diferentes procedimentos de resolução, nas quais D é o diâmetro à altura do peito sôbre a casca, H a altura total e V o volume sem casca.

Equação da variável combinada - esta equação apresenta a seguinte forma funcional:

$$V = b_0 + b_1 D^2 H + \epsilon \quad (1)$$

Esta fórmula é muito similar ao método de cubagem usando o fator de forma, quando transformado matematicamente. Assim, considerando entendida a expressão do fator de forma, podemos escrever que:

$$V = f \cdot S \cdot H$$

sendo f = fator de forma

S = área a 1,30 m

H = altura

Substituindo, vem:

$$V = f \cdot \frac{\pi D^2}{4} \cdot H$$

o que é muito semelhante a:

$$V = b_0 D^2 H$$

Sendo b_0 geralmente um valor muito pequeno, haverá pequena diferença nos volumes calculados por (1) e (1'). Em (1), a curva não parte da origem, ao contrário de (1').

Pela equação (1) a hipótese de linearidade que traduz com grande exatidão o volume em função do quadrado do diâmetro e várias alturas, fica particularmente provada na zona de valores $D^2 H$ mais altos.

Para evitar a condição de não linearidade para os valores baixos de $D^2 H$, em alguns casos a ponderação dos dados tem surtido efeito.

Equação logarítmica - a equação logarítmica está representada no seguinte modelo matemático:

$$V = b_0 \cdot D^{b1} \cdot H^{b2} \cdot \epsilon \quad (2)$$

onde b_0 , b_1 e b_2 são parâmetros.

Depois de transformação logarítmica, torna-se:

$$\log V = \log b_0 + b_1 \log D + b_2 \log H \quad ,$$

que tem uma forma linear. Nesta forma a equação é susceptível de resolução pelo método dos quadrados mínimos bem como ao teste de significância, permitindo assim a sua comparação.

Função da variável transformada - conforme Honer (22), para o desenvolvimento da função da variável transformada, a relação entre D^2/V e $1/H$ foi assumida ter uma forma linear, permitindo assim uma solução analítica e gráfica. Segundo o mesmo autor, com essa transformação evita-se qualquer procedimento para a ponderação da variância. Considera que sendo D medido a uma altura constante, essa altura representa uma determinada porcentagem, que varia segundo a altura total da árvore. Desta maneira, em árvores pequenas, o volume até 1,30 m representa uma maior porcentagem do volume total do tronco e menor porcentagem em grandes árvores.

A relação de linearidade assumida anteriormente pode ser expressa como:

$$\frac{D^2 \cdot 1,30}{V} = b_0 + \frac{b_1 (1,30)}{H}$$

simplificando, vem:

$$\frac{D^2}{V} = b_0 + \frac{b_1}{H}$$

$$V = \frac{D^2}{\frac{b_0 + b_1}{H}} \quad (3)$$

3.5. Relação entre a altura e idade

O método escolhido para a estimação dos índices de sítio foi o que considera a altura da árvore da parcela. Essa altura, conforme foi explicado, poderia ser a altura média, altura da(s) árvore(s) dominante(s), bem como a altura correspondente à altura média das árvores da parcela, depois de excluídas aquelas árvores pequenas que não atingissem uma determinada porcentagem da altura média inicialmente encontrada.

Para o propósito deste estudo, além da altura da árvore dominante na parcela, empregou-se, numa segunda tentativa, a altura média das árvores que atingissem mais de 90% da altura dessa árvore dominante. Isto foi feito para verificar qual dessas duas medidas era mais estável como indicadora do índice de sítio.

A equação utilizada tem a forma seguinte:

$$H_x = b_0 \cdot b_1^{1/I} \quad (4)$$

que em forma logarítmica é:

$$\log H_x = \log b_0 + \log b_1 (1/I)$$

onde:

H_x = altura árvore dominante na parcela ou altura das
árvores maiores que 90% dessa altura árvore dominante

I = idade

3.5.1. Limites de alturas das classes de qualidade utilizando como base a altura de árvores dominantes e a altura média maior que 90% destas

A representação dos limites das classes de sítio pode ser em forma tabular ou gráfica. Para ambos casos requer-se uma transformação aritmética da fórmula básica anterior.

As classes de qualidade foram separadas em quatro, com uma amplitude de 3,0 m na idade índice, ou seja, 12 anos. Pelo fato das plantações terem sido submetidas a um desbaste antes de atingirem 12 anos, suas árvores apresentam um crescimento mais homogêneo e isso foi uma razão para se escolher esta idade.

Depois de marcadas as alturas em função da idade em um papel de escala milimétrica, decidiu-se que as alturas mínima e máxima para 12 anos de idade, seriam 7,0 e 19,0 m, respectivamente. Os limites das classes de qualidade nesta idade foram então 7,0, 10,0, 13,0, 16,0 e 19,0 m, correspondendo, respectivamente, às classes IV, III, II e I. Portanto, em ordem, os índices dessas classes são 8,5, 11,5, 14,5 e 17,5 m.

Para evitar extrapolações acentuadas, os limites empregados para a composição de tabelas e gráficos foram 3 e 20 anos de idades. Para ambas alturas índices testadas, a fórmula transformada foi:

$$\log H_x = \log H' + a_1 (1/I - 1/12)$$

onde:

$$H' = \text{limites aos 12 anos}$$

I = idade de 3, 4, ... 20

H = limites de alturas das classes de qualidades

3.6. Fórmulas empregadas para a estimação do volume por unidade de área (ha)

Depois de estimadas as alturas por idades, segundo a classe de qualidade de sítio e depois de composta uma tabela de volume precisa, tornou-se possível investigar sôbre a construção de uma tabela de produção. Nestas tabelas, o volume por unidade de área constitui a variável dependente. Embora hajam muitas variáveis independentes possíveis de aplicação, decidiu-se testar os índices das classes (C1), a idade das várias parcelas amostradas (I), bem como o número de árvores por hectare (N) e a área basal, também por hectare (AB), sendo êstes dois últimos, uma expressão da densidade.

Três modelos matemáticos foram testados, procurando aquêles que melhor expressasse o volume por unidade de área. Êsses modelos foram:

$$V = b_0 \cdot b_1^{1/I} \cdot b_2^{C1} \cdot N^{b3} \cdot b_4^{1/C1} \quad (5.)$$

$$V = b_0 \cdot b_1^{1/I} \cdot b_2^{C1} \cdot AB^{b3} \quad (6.)$$

$$V = b_0 \cdot b_1^{1/I} \cdot b_2^{C1} \cdot N^{b3} \quad (7.)$$

Além disso, nas fórmulas básicas expressas por 6. e 7., foram investigadas as interações entre suas variáveis para conhecer a sua participação na variação do volume.

4. RESULTADOS

Neste capítulo são apresentados os resultados obtidos no presente estudo. A sequência dos resultados é a seguinte: 1) apresentação de pontos preliminares para provar a validade da combinação dos dados; 2) estimação das equações básicas para preparação das tabelas de volume; 3) estimação das equações básicas para o estabelecimento de índices de sítio e tabelas de produção.

4.1. Variabilidade relativa de regiões, localidades e árvores

Essa primeira análise teve por objetivo verificar a possibilidade de que árvores situadas fora da zona ecológica da espécie estudada e árvores de zona considerada ecológicamente ideal, fossem utilizadas indistintamente na construção de tabelas de volume.

O fator de forma, para árvores sem casca, foi a variável considerada para provar a validade da combinação dos dados. Foi determinada a variabilidade relativa de cada componente de variância, para verificar a sua magnitude.

As Regiões consideradas foram duas e as Localidades sete. As árvores foram 36 e 128, pertencentes às regiões bioclimáticas 4 e 1, respectivamente.

No Quadro 6 são apresentadas as variabilidades relativas das três fontes de variação estudadas. Desses resultados deduz-se que as Regiões não contribuíram na variabilidade total pois tiveram variabilidade zero. As Localidades também não influenciaram de maneira

significante na variabilidade total, contribuindo com 14% apenas, Como era de se esperar, a Árvore considerada individualmente foi a causa de variação mais significante, contribuindo com cêrca de 86% da variabilidade total. Isso é entendido pela condição do fator de forma variar significativamente entre árvores grandes e pequenas, mesmo dentro de uma localidade de condições ambiente uniforme.

QUADRO 6. Componentes de variância relativa para três fontes de variação consideradas.

Fontes de variação	G.L.	Variabilidade relativa (%)
Regiões	1	$\frac{\hat{\sigma}_1^2}{\hat{\sigma}_1^2 + \hat{\sigma}_2^2 + \hat{\sigma}_3^2} \cdot 100 = 0,00$
Localidades	5	$\frac{\hat{\sigma}_2^2}{\hat{\sigma}_1^2 + \hat{\sigma}_2^2 + \hat{\sigma}_3^2} \cdot 100 = 14,10$
Árvores	157	$\frac{\hat{\sigma}_3^2}{\hat{\sigma}_1^2 + \hat{\sigma}_2^2 + \hat{\sigma}_3^2} \cdot 100 = 85,90$
		100,00

$\hat{\sigma}_1^2$ = Componente de variância das Regiões

$\hat{\sigma}_2^2$ = Componente de variância das Localidades

$\hat{\sigma}_3^2$ = Componente de variância das Árvores

As tabelas de volume apresentadas neste estudo foram construídas em função de dois grupos de árvores, quais sejam, 112 e 164. Para constituir este último grupo foram acrescentadas as 52 árvores do primeiro, inclusive as 36 árvores mencionadas anteriormente (em 4.1.), provenientes da região onde o Pinus elliottii não apresenta bom crescimento.

4.2. Estimação do volume para árvores isoladas

No Quadro 7 são detalhadas as seis expressões estimadas para os três modelos de equações propostos para estimarem o volume. Neste Quadro, sempre a primeira expressão de cada modelo refere-se à frequência 112, e a segunda, a frequência 164.

Cada equação foi identificada por algarismos arábicos para efeito de simplificação. Para cada equação são dados os desvios padrão da estimativa bem como os coeficientes de determinação.

Os resultados dos coeficientes de determinação foram muito próximos a 1,0, confirmando a teoria do alto grau de ajuste proporcionado por esses três modelos.

QUADRO 7. Equações estimadas de volume para árvores individuais, desvio da estimativa e coeficiente de determinação.

Equação	Desvio da estimativa (s_{xy})	Coeficiente de determinação (R^2)
(1.1.) $V = -0,001907 + 0,290275 \cdot HD^2$	0,012000	0,990955
(1.2.) $V = -0,002458 + 0,297358 \cdot HD^2$	0,013929	0,986709
(2.1.) $V = 0,182800 \cdot D^{1,905248} \cdot H^{1,103522}$	0,0127465	0,993557
(2.2.) $V = 0,185580 \cdot D^{1,860576} \cdot H^{1,069815}$	0,0059461	0,991848
(3.1.) $V = \frac{D^2}{0,001883 + \frac{3,501677}{H}}$	0,012497	0,990880
(3.2.) $V = \frac{D^2}{0,193619 + \frac{2,191352}{H}}$	0,062581	0,991916

Deve-se mencionar que os desvios da estimativa para as equações logarítmica e recíproca estão apresentados de forma a poderem ser comparados diretamente com o desvio da equação linear da variável combinada; isso quer dizer que os erros foram estimados pelo método dos quadrados mínimos não lineares.

Observa-se ainda no Quadro 7, que para a frequência 112, os desvios encontrados foram praticamente os mesmos. Para a frequência

164, houve uma resposta positiva da equação logarítmica, diminuindo de 0,0127 para 0,0059. Enquanto na equação da variável combinada este desvio quase não alterou com o aumento da frequência, na função recíproca ocorreu um aumento deste erro, passando de 0,0125 para 0,0626; para esta função, as inversas do volume precisam voltar à forma normal, sendo talvez a razão dessa discrepância. O menor desvio, portanto, foi apresentado pela equação logarítmica de frequência 164.

4.3. Análise de variância correspondente a cada estimativa das equações ajustadas por quadrados mínimos

A seguir são apresentados no Quadro 8, os resultados das análises de variância correspondentes às seis equações anteriores. A razão do quadrado médio devido à regressão e quadrado médio devido ao erro, expressa por F múltiplo, permite testar a significância da relação entre a variável volume e variável diâmetro e altura. Essa razão, facilmente interpretada no Quadro 8, demonstra existir um alto grau de significância nos níveis de probabilidades comumente usados em estatística ($P < 0,01$).

QUADRO 8. Análises de variância efetuadas para as equações

Equação	Fonte de variação	Grau de liberdade	Quadrado médio	Frequência
(1.1)	Regressão	1	1,735342	112
	Êrro	110	0,000144	
(1.2.)	Regressão	1	2,333183	164
	Êrro	161	0,000194	
(2.1.)	Regressão	2	1,365467	112
	Êrro	109	0,000162	
(2.2.)	Regressão	2	3,462909	164
	Êrro	161	0,000354	
(3.1.)	Regressão	2	23,404064	112
	Êrro	110	0,000156	
(3.2.)	Regressão	2	38,924112	164
	Êrro	162	0,003916	

4.3.1. Variação relativa de D^2H por classe

Conforme foi mencionado prêviamente, como critérios de simplicidade na avaliação de uma função, Honer (22), salienta que a relação entre as variáveis das coordenadas Y e X deve ser linear, que deve existir homogeneidade da variância ao longo da linha de regressão e que a solução da regressão deve ser possível pelas técnicas gráfica e dos quadrados mínimos.

Ao utilizar o método dos quadrados mínimos, assume-se que as variâncias são relativamente estáveis para as classes da abcissa (22). A Figura 2 indica que a variância de D^2H está associada com o tamanho de cada classe média de D^2H . Essa Figura foi feita em função da frequência 112 árvores, com 4 classes de D^2H médios (Quadro 9). Os valores de D^2H são relativamente próximos dos valores dos volumes para uma mesma altura e diâmetro.

4.3.2. Relação entre as variáveis geradas D^2/V e $1/H$

A função da variável transformada sugerida por Honer (22), implica na existência da relação $D^2/V = (a + b) 1/H$. Esta fórmula implica, por outro lado, que D^2/V é função de $1/H$, sendo uma relação fundamental para essa nova função de volume. A Figura 3 indica haver, para o presente estudo, uma certa linearidade entre os componentes dessa relação.

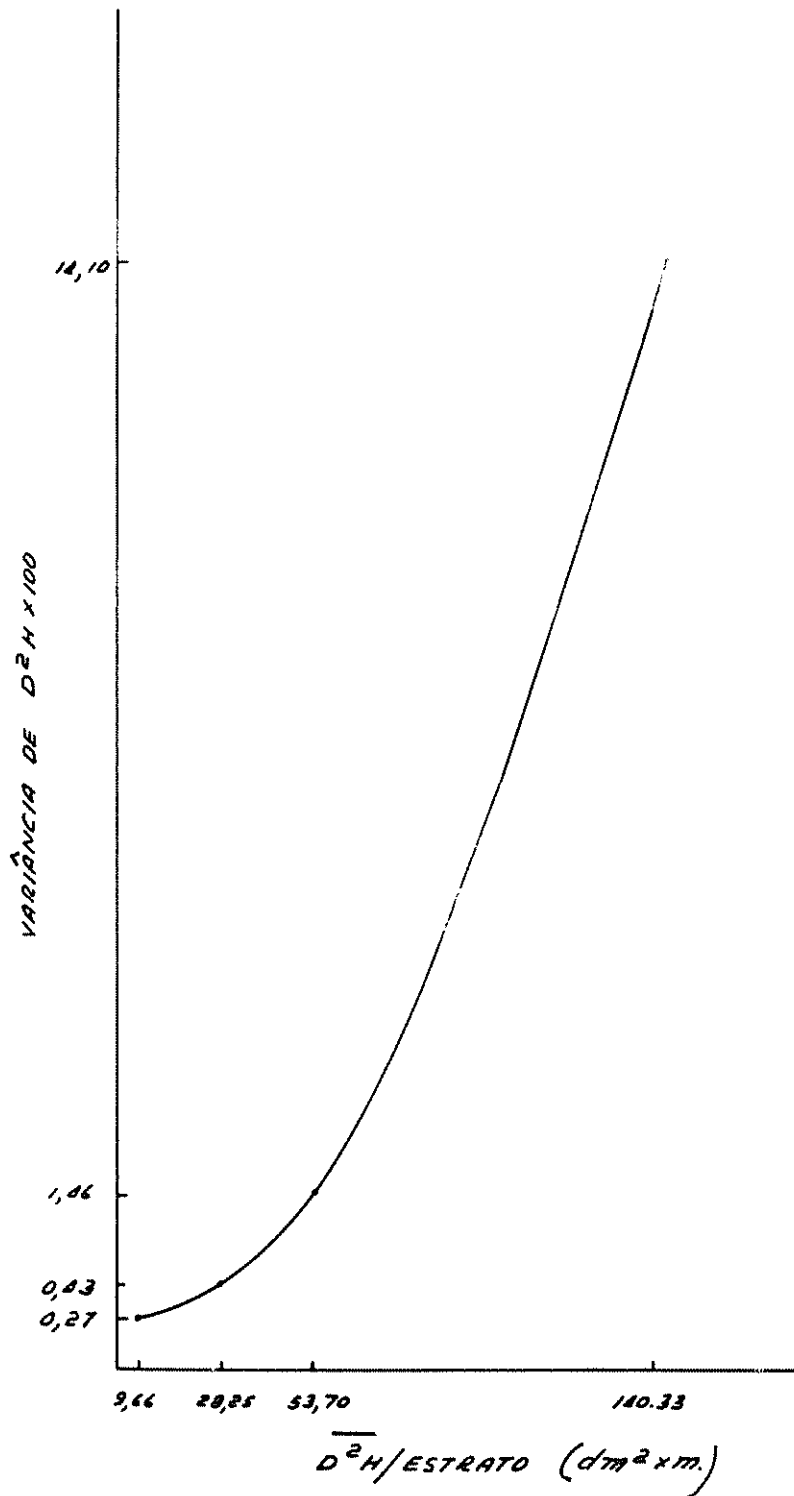


FIGURA 2. CURVA DA VARIAÇÃO RELATIVA DE D^2H POR CLASSE

4.4. Tabelas de volume para duas frequências e os três modelos propostos

No Apêndice são apresentadas as 6 tabelas de volume total sem casca, por árvore. Para a aplicação das referidas tabelas, o diâmetro deverá ser medido sobre a casca à altura de 1,30 m e a altura da árvore até o ápice.

A Tabela 4 foi considerada como a que ofereceu maior precisão, uma vez que apresentou o menor erro da estimativa. Essa tabela foi obtida da equação logarítmica (equação 2.2.).

A Tabela 1, embora obtida de uma equação que apresentou o subsequente menor desvio da estimativa, não deve ser considerada a seguir, como a de maior precisão. A mais precisa tabela depois da 1, correspondeu àquela obtida da equação logarítmica (2.1.), desenvolvida da frequência 112.

A explicação dessa ordem de precisão é compreendida quando se analisam as tabelas, observando inicialmente os resultados para as árvores pequenas. Assim, as Tabelas 1 e 2 apresentaram valores negativos, o que é impossível de ocorrer. Para ocorrer um desvio da estimativa tão baixo como o encontrado para as equações (1.1.) e (1.2.), é preciso que os desvios para as pequenas árvores sejam contra-balançados com valores positivos de desvios para árvores grandes. Isso significa, portanto, que o volume das árvores grandes serão superestimados,

As Tabelas 5 e 6 também não foram consideradas como as mais

precisas pelo fato de apresentarem uma tendência de super-estimarem o volume das árvores, principalmente no sentido horizontal da tabela quando aumenta a classe de diâmetro. Isso indica que os modelos lineares são "estáticos", não correspondendo à tendência do aumento do volume com o crescimento da árvore.

A amplitude dos valores de volume encontrados no campo e que contribuíram, portanto, na resolução das fórmulas, está assinalada nas tabelas por uma linha que contorna êsses referidos dados. Subentende-se, portanto, que os valores fora dêsses limites são extrapolados.

Essas considerações, sôbre a tabela mais precisa, foram feitas tomando em conta também os dados extrapolados. As considerações restritas à parte não extrapolada são mais detalhadas na secção 4.5.

4.4.1. Curva da relação entre o volume das árvores individuais e D^2H

A Figura 4 é uma representação gráfica da tabela de volume dada pela equação (1.1.), correspondente, portanto, à equação da variável combinada. Êsse gráfico não é de utilização prática, e sômente foi apresentado para mostrar a possibilidade de proceder-se um ajuste manual. No caso presente, o fato de b_0 ser muito próximo de zero (0,001907), explica por que a reta, aparentemente, parte da origem. Os valores da abcissa são o resultado de valores D^2H em classes de desigual amplitude, de forma a oferecer uma distribuição adequada dos pontos.

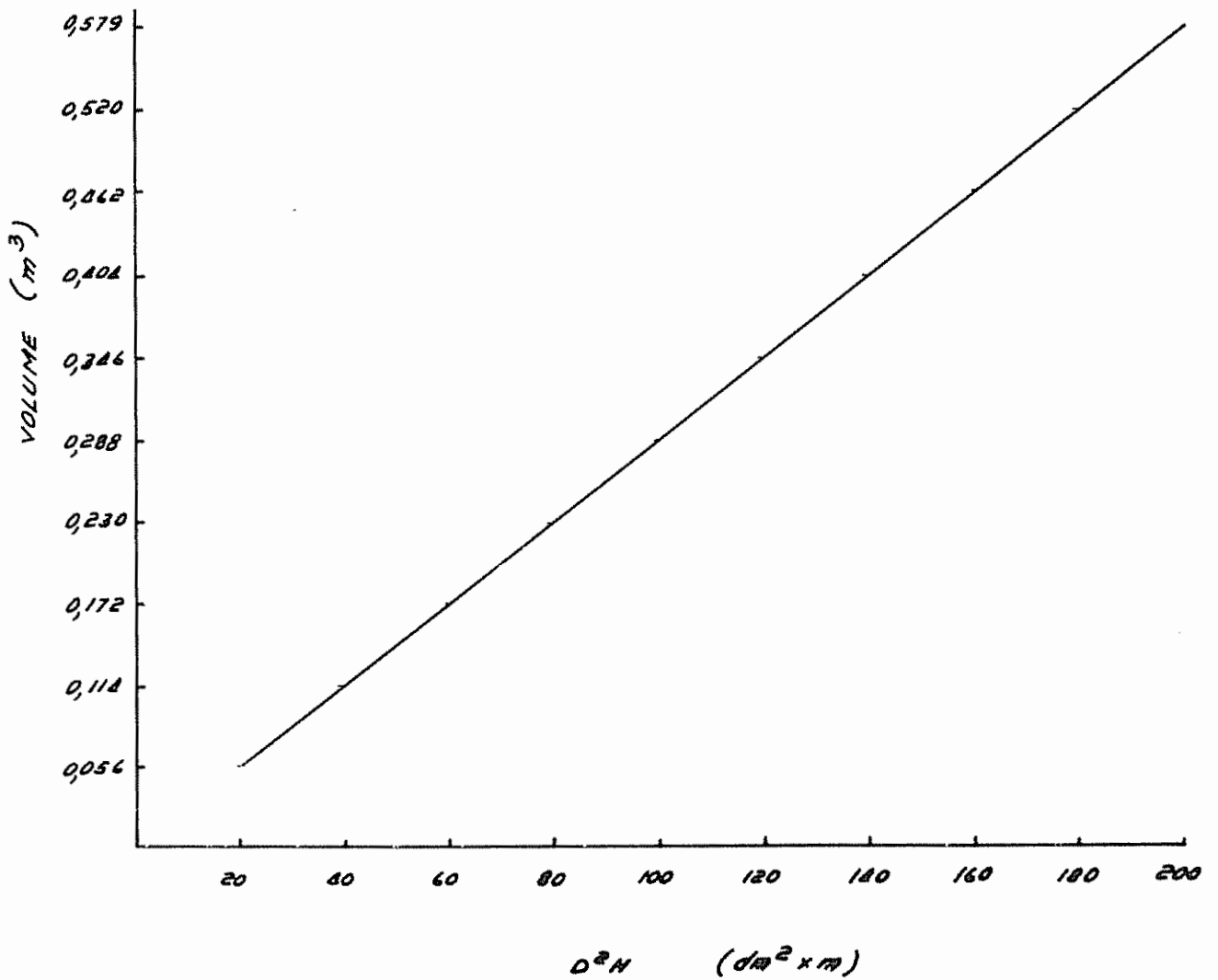


FIGURA 4. RELAÇÃO LINEAR ENTRE O VOLUME DO TRONCO SEM CASCA COMO FUNÇÃO DA VARIÁVEL COMBINADA D^2H

4.5. Variação relativa dos desvios do volume; volume médio e frequência por estrato

Tendo em vista que o aspecto mais importante na escolha de uma equação que estima o volume é apresentar um baixo e consistente erro ao longo da linha de regressão, decidiu-se estratificar a amostra de frequência $N = 112$, para estudar o comportamento desse desvio.

No Quadro 9 foram detalhadas parte das informações dessa amostra estratificada, como a frequência por estratos, os quais foram separados por classe de D^2H , além do volume médio por estrato com o respectivo coeficiente de variação.

Verificou-se uma variação maior do volume dentro do estrato A, correspondente às árvores pequenas, sendo que a maior frequência também se verificou no mesmo. Nas 3 classes subsequentes observa-se que a variação foi praticamente constante.

QUADRO 9. Estratos segundo classes de D^2H , com a sua correspondente variação relativa do volume ($N = 112$)

Estrato	Número de árvores	D^2H médio (D em d m e H em m)	Amplitude das classes	Volume médio	Coeficiente de variação do volume
A	49	9,66	0 - 20	0,026576	55
B	29	28,25	20 - 40	0,078386	26
C	21	53,70	40 - 80	0,152086	26
D	13	140,33	maior 80	0,409962	25

4.5.1. Variância da regressão por estrato e por equação

No Quadro 10 são detalhadas as variâncias encontradas por estrato da amostra, bem como os respectivos coeficientes de variação da estimativa.

QUADRO 10. Variância da regressão da amostra por estrato

Fórmula	Estrato	Variância da regressão	Coefficiente de variação da estimativa
(1.1.)	A	0,000007	9,96
	B	0,000061	9,96
	C	0,000223	9,82
	D	0,000687	6,39
(2.1.)	A	0,00000704	9,98
	B	0,00006412	10,21
	C	0,00017622	8,73
	D	0,00058400	5,89
(3.1.)	A	0,00000819	10,76
	B	0,00006367	10,18
	C	0,00016595	8,47
	D	0,00067518	6,34

Na Figura 5, conforme procedimento usado por Beers e Gingrich (5), são apresentados os gráficos referentes às três equações básicas (Quadro 7), onde nas ordenadas encontram-se os coeficientes de variação da regressão para cada estrato, sendo \underline{s} o desvio da regressão, e \bar{x} a média de D^2H por classe. Nas abcissas constam os valores médios das classes de quadrado do diâmetro pela altura (D^2H).

Deduz-se pelos gráficos, que se verificou uma tendência semelhante para as três equações quanto à variação relativa do desvio da regressão por classe de D^2H . Isso significa que as três fórmulas se comportaram de maneira muito parecida dentro da amplitude dos dados empregados (neste caso com $N = 112$), podendo, portanto, serem utilizadas indistintamente, desde que as árvores a serem estimadas se situem dentro dessa amplitude.

Embora a Tabela 1 apresente um valor negativo para um certo volume baixo, entende-se que êsses valores são de pequena grandeza, não proporcionando êrros significativos no volume estimado. Isso não será verdadeiro quando a tabela for utilizada em plantações em que só ocorram árvores muito pequenas, impossibilitando uma natural compensação nos resultados, ou seja, onde não ocorra árvores grandes e pequenas.

Para a frequência $N = 164$, a equação (3.2.) sub-estimou consideravelmente os valores do volume para as árvores maiores dessa amostra. As equações logarítmica e da variável combinada se comportaram de modo semelhante quando a amostra foi de frequência $N = 164$.

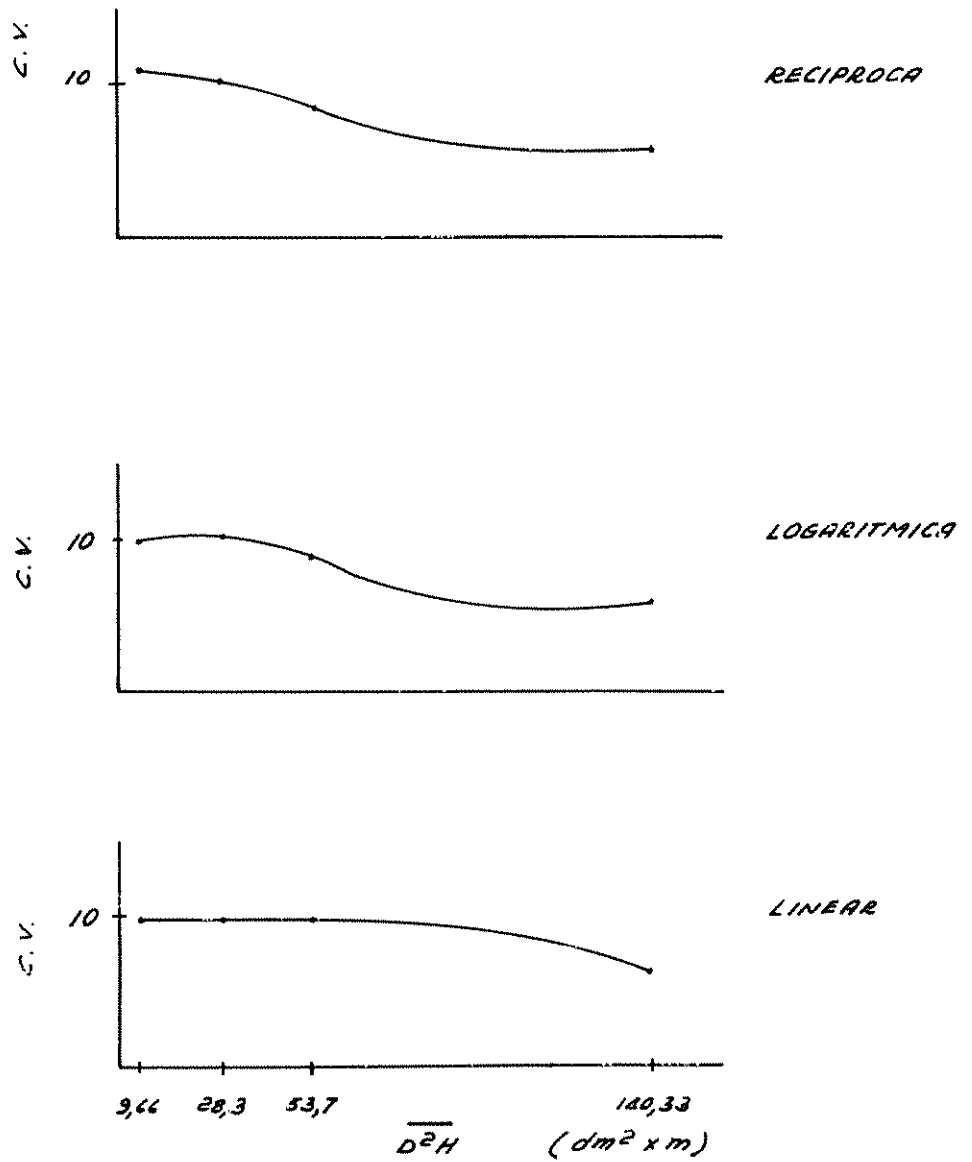


FIGURA 5. VARIACÃO RELATIVA DAS ESTIMATIVAS POR FUNÇÃO E CLASSE DE $\overline{D^2H}$.

4.6. Estimação de índices de sítio, considerando duas alturas diferentes

Conforme foi mencionado no princípio, o método empregado na estimativa dos índices de sítio foi aquele em que se considera a altura da árvore em função da idade. Também foi dito que o conceito de altura para tal propósito pode variar, segundo o critério de cada autor, quando são utilizadas a altura média ou a altura das árvores dominantes e codominantes. Grausholt, Jackson e Ojo (17), também empregaram como altura de referência, a altura média das árvores que ultrapassavam 70% da altura média da parcela.

No presente estudo, além da altura da árvore dominante na parcela, foi utilizado o procedimento de Grausholt (17), mas elevando para 90% aquela porcentagem e considerando-a em função da altura da árvore dominante na parcela. Isso foi feito para verificar o grau do erro encontrado entre uma e outra altura base.

No Quadro 11 são dadas as duas equações estimadas, com os correspondentes desvios da estimativa e coeficientes de determinação.

Os coeficientes de determinação encontrados são praticamente os mesmos, sendo que o desvio da estimativa foi ligeiramente menor para a equação (4.2.). Pela aproximação dos valores dos coeficientes e constantes das duas equações, compreende-se que os resultados das alturas dos índices serão muito próximos, podendo assim serem empregadas indistintamente uma ou outra equação.

QUADRO 11. Equações de predição dos índices de sítio, desvio da estimativa e coeficientes de determinação.

Restrição em altura	Equação	Frequência	Desvio da estimativa (s_{xy})	Coeficiente de determinação (R^2)
Altura da árvore dominante	(4.1.) $\log H = 1,306856 - 2,177850(1/I)$	90	2,37	0,877740
Altura média maior que 90% da altura de árvores dominantes	(4.2.) $\log H = 1,284543 - 2,166335(1/I)$	90	1,85	0,87278

4.6.1. Análise de variância correspondente a cada equação

Pelos resultados detalhados no Quadro 12, deduz-se a alta significância encontrada para os dois casos, após estimado o F múltiplo. Isso demonstra uma alta relação entre a altura e a idade.

QUADRO 12. Análises de variância para as equações de índice de sítio

Equação	Fonte de variação	Grau de liberdade	Quadrado médio
4.1.	Regressão	1	3546,083436
	Erro	88	5,612880
4.2.	Regressão	1	2099,013429
	Erro	88	3,429995

4.6.2. Representação dos índices de sítio

A representação dos índices de sítio pode ser feita em forma tabular ou gráfica. As Tabelas 7 e 8, do Apêndice, expressam os limites de altura dos índices para cada classe de qualidade de sítio, para as fórmulas de correspondentes denominações.

A Figura 6 é a representação das curvas dos índices de sítio, obtidos da equação 6., sendo as classes de qualidade de sítio denominadas por I, II, III e IV, em ordem decrescente de aptidão.

Dada a grande similaridade dos resultados para ambas fórmulas, considerou-se desnecessária a representação gráfica das curvas obtidas da equação 7. .

4.7. Equações ajustadas para as tabelas de produção e respectivas precisões

No Quadro 13 são detalhados os resultados das três equações propostas para estimar o volume por unidade de área, ou seja, para preparar tabela de produção tal como foi descrito na secção 4.6. Também são apresentados os respectivos desvios da estimativa e coeficientes de determinação.

Os desvios encontrados para as equações 5. e 7., são quase da mesma grandesa, diferindo consideravelmente do desvio da equação 6., de menor magnitude. O coeficiente de determinação para a equação 6. foi o mais alto, confirmando a maior eficiência da fórmula, onde foi empregada a área basal como expressão da densidade.

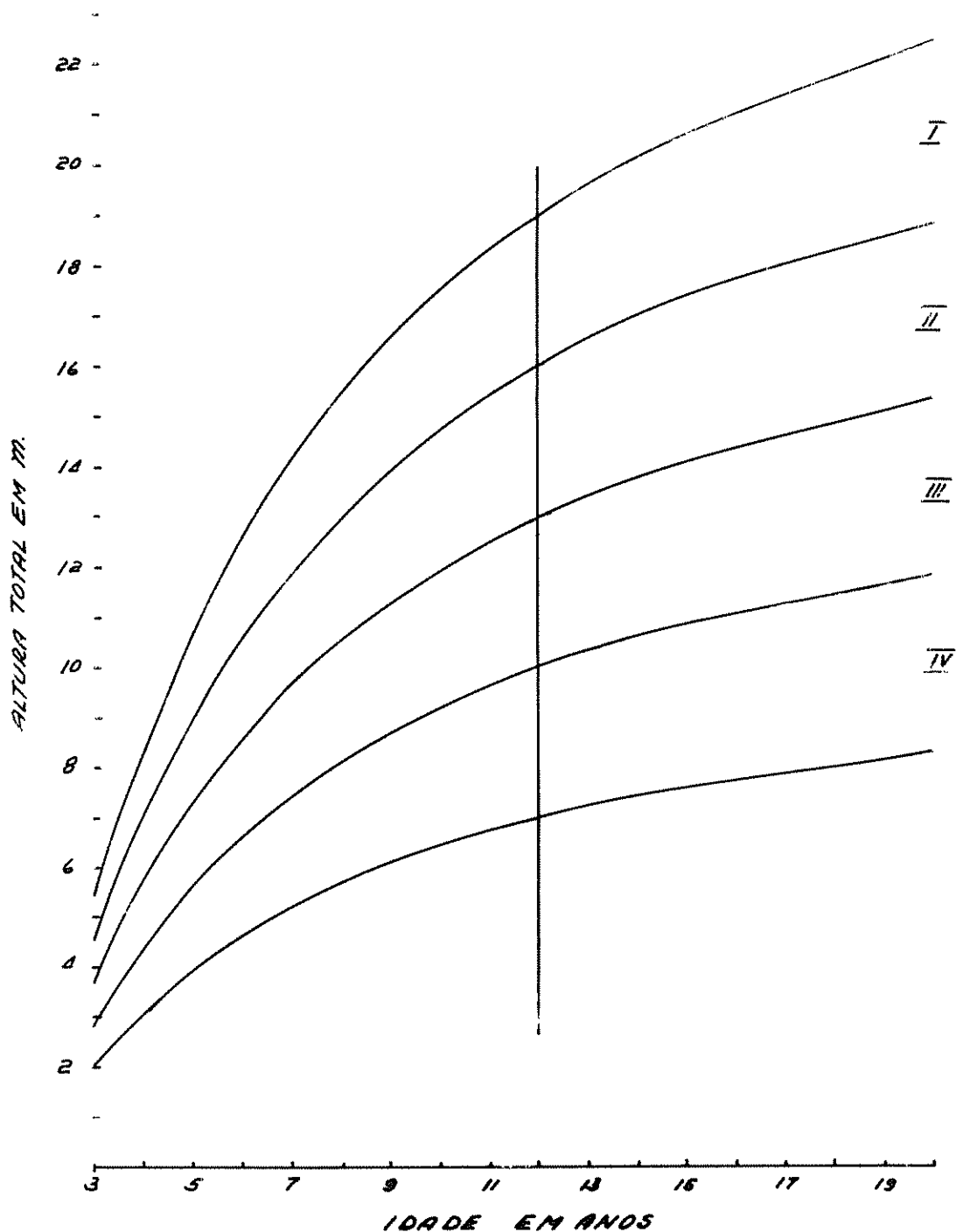


FIGURA 6. CURVAS DE ÍNDICE DE SÍTIO À IDADE ÍNDICE 12 ANOS PARA PLANTAÇÕES DE P. elliotii var. elliotii SITUADAS NO SUL DO ESTADO DE SÃO PAULO.

QUADRO 13. Equações de predição do volume por unidade de área e confiabilidade do estimado.

Equação	Desvio da estimativa (s_{xy})	Coefficiente de determinação (R^2)
(5.) $V = 1492 (10^{-10} \cdot 6099)^{1/I} \cdot 0,8404^{C1} \cdot N^{0,56913} (10^{-19} \cdot 2594)^{1/I}$	31,662	0,927
(6.) $V = 3,248 \cdot 1,05^{C1} \cdot AB^{1,009497} \cdot 0,005432^{1/I}$	9,926	9,992
(7.) $V = 7,903 \cdot 1,047^{C1} \cdot N^{0,505623} \cdot (10^{-10} \cdot 8573)^{1/I}$	30,567	0,918

A equação 5., contrariamente ao esperado, forneceu resultado incompatível com a realidade. Assim, quando se estimaram os volumes para a classe de qualidade I, os valores encontrados foram menores que os da classe qualidade II, significando um declínio brusco na tendência da curva hipotética desenvolvida pela equação.

Na equação 7., como se pode notar, houve apenas a eliminação da variável $b_4^{1/C1}$, para que diferisse da primeira equação, referida como 5.. Al contrário desta, os volumes encontrados por classe de qualidade de sítio a partir da equação 7., seguiram a

tendência crescente, desde a classe IV até à I. A equação 6., considerada como a que maior eficiência apresentou, também seguiu a tendência anterior e com resultados mais aproximados daqueles verdadeiramente encontrados por medição direta no campo.

4.7.1. Análise de variância correspondente às equações ajustadas

Pelos resultados apresentados no Quadro 14, verifica-se existir um alto grau de significância, segundo a distribuição de F , para os níveis de probabilidade comumente empregados. A equação 6., apresentou o maior valor de F .

QUADRO 14. Análises de variância das equações ajustadas.

Equação	Fonte de variação	Grau de liberdade	Quadrado médio
5.	Regressão	4	263023,0595
	\hat{E} rro	83	1002,2573
6.	Regressão	3	329887,8467
	\hat{E} rro	84	92,6647
7.	Regressão	3	294458,5725
	\hat{E} rro	84	934,3918

4.7.2. Tabelas de produção estabelecidas

As Tabelas 9 e 10, contidas no Apêndice, são as tabelas de produção obtidas das fórmulas de respectivas denominações 6. e 7. . A tabela obtida da equação 5., não foi apresentada devido a inconsistência na tendência crescente dos valores, conforme foi mencionado na secção 4.7. . Como foi dito a classe de qualidade I apresentou menores valores que a classe II, o que não é verdadeiro. Tabelas de produção são referidas como de três entradas, sendo a idade, o índice de sítio e a densidade (expressada em termos de área basal ou número de árvores por ha), as variáveis independentes. Para a definição dessas variáveis, a idade deverá ser considerada a partir do mês em que se efetuou o plantio da muda; o índice de sítio deverá ser definido conforme explicação contida na secção 3.5.1. A área basal por ha ou o número de árvores por ha, deverão ser determinados utilizando-se de unidades mostrais de 100 m^2 e convertendo posteriormente em termos de ha.

5. DISCUSSÃO

O fato de diversos estudos, pertinentes à definição da melhor equação que estimasse precisamente o volume das árvores, terem apresentado resultados particulares, segundo o caso, despertou a atenção em investigar o problema com dados de plantações de Pinus elliottii situadas no Estado de São Paulo.

O mesmo sucedeu com referência aos procedimentos de determinação das qualidades de sítio e preparo de tabelas de produção. Com referência ao primeiro, entendeu-se que o método baseado na altura da árvore em função da idade, é o de mais fácil aplicação, tanto no campo prático como no seu tratamento teórico e por isso foi o mesmo estudado aqui. Todavia, a definição da variável altura na determinação dos índices de sítio, as vezes varia com o autor (8). Dentre estes, foi mencionado que Grausholt (17), Heinsdijk (21) e Van Goor (37), não utilizaram a altura das árvores dominantes. Quanto ao segundo procedimento, o do estabelecimento de tabelas de produção, verificou-se que os modelos de equações comumente empregados, também variam parcialmente, segundo o autor, principalmente a variável correspondente à densidade. A densidade as vezes é definida em função do número de árvores presentes na unidade de área e, as vezes, o é pela área basal (23, 33). O número de variáveis que envolvem as equações empregadas, segundo a literatura, também varia consideravelmente, embora a classe de qualidade (expressa através do índice de sítio), a idade e a densidade, sejam as principalmente empregadas.

A êsse respeito, Clutter (10), testou o efeito da inclusão de maior ou menor número de variáveis, na precisão da estimativa de uma tabela de produção. Em tal estudo êste autor incluiu nos modelos, diversas interações das variáveis, sem que isso resultasse em aumento significativo na precisão da estimativa.

A crescente expansão das áreas plantadas com Pinus eliottii var. elliottii no Sul do País, por sí implica numa preocupação de definição, bem fundamentada, dêsses métodos e procedimentos para a sua mensuração.

Na definição do modelo que proporcione maior precisão na estimação do volume das árvores individuais (mesmo que os modelos estudados apresentem um alto coeficiente de determinação), o problema dever ser visto sôbre dois aspectos: 1) verificando a precisão proporcionada dentro da amplitude dos valôres dos dados de campo utilizados; b) verificando a precisão proporcionada além dessa amplitude, referente, portanto, ao campo da extrapolação. Neste último caso, sempre se estará sujeito a incorrer em êrros de estimação, principalmente se o modelo matemático descrever uma reta.

Outro aspecto que deve ser considerado na escolha da melhor equação de estimar o volume de árvores individuais, é a homogeneidade da variância. Honer (22), estudou a magnitude da heterogeneidade da variância quando sugeriu uma nova função de estimar o volume, para provar a sua eficiência. É de se notar que comumente o aspecto da heterogeneidade de variância não é considerado em estudos dessa natureza - em estudo da escolha do modelo - limitando-se os autores em

verificar a precisão da regressão total. A respeito do assunto, Pita Carpenter (30), escreveu "em uma tabela de cubação, além do resultado final da estimação do volume da amostra, interessa conhecer o grau da precisão obtido para as diferentes categorias dimensionais do arvoredo. Uma tabela equilibrada em seus erros por compensação entre árvores finas e grossas, pode dar resultados muito medíocres, aplicada a um povoamento homogêneo de uma só idade".

No presente estudo, por estratificação da amostra, foi possível verificar o comportamento da variação da regressão, para três equações. Também foram feitas considerações sobre as estimativas da parte extrapolada. Os resultados demonstraram que dentro da amplitude dos valores observados para este estudo, o emprego de qualquer das tabelas originadas, para a frequência $N = 112$, não trará diferenças significativas nos resultados. Todavia, para a frequência $N = 164$, a tabela 6, da função recíproca, sub-estimou os volumes, permanecendo as estimativas consistentes para as demais tabelas. A explicação para essa não alteração das estimativas do volume nas demais tabelas, se deve ao fato de ser relativamente pequena a amplitude dos valores usados, amplitude essa onde as tendências lineares muito se aproximam da tendência definida pela equação logarítmica. Uma explicação para a sub-estimação proporcionada pela função recíproca na frequência $N = 164$ (embora apresentasse alta correlação), é que quando transformada para a forma direta, o acréscimo de árvores relativamente pequenas, afetou a estimação, negativamente. A tabela estabelecida a partir da equação logarítmica de frequência 164, apresentou o menor

desvio da estimativa, tendo sido de maior eficiência.

Com relação a zona dos valores extrapolados, o mesmo não aconteceu. Observando-se as distintas tabelas dos modelos lineares, percebe-se certa sub ou super-estimação dos volumes. Isso é explicado pela bondade de ajuste proporcionada pelo modelo logarítmico, mais coincidente com a tendência biológica do aumento do volume em relação ao crescimento.

O acréscimo de 52 árvores, de porte relativamente pequeno, passando a frequência para 164, trouxe um decréscimo do desvio da estimativa da equação logarítmica (ver secção 4.2.), embora não alterasse praticamente o da equação linear, chamada variável combinada, cujos parâmetros foram estimados em forma direta e também como uma função recíproca.

Contrariamente ao presente estudo, Bonilla (7), encontrou que a equação da variável combinada se apresentou mais efetiva que a logarítmica, na estimação do volume em Pinus pinaster.

A necessidade de se utilizar como altura base na determinação de índices de sítio (dados pela equação $H = b_0 + b_1(1/I)$), de uma medida que não varie com o tipo de manejo sofrido pela floresta, contribuiu para despertar o interesse de estudar o comportamento da altura da árvore dominante na parcela, em confronto com a altura média das árvores maiores que 90% da altura dessa árvore dominante. Esta última base, pode-se afirmar, deverá se aproximar da altura base encontrada, quando se utiliza a altura das árvores dominantes e codominantes. Uma vantagem dêsse novo procedimento aqui testado é que basta

encontrar a árvore dominante, por parcela, para, no escritório, em função da altura das demais árvores da mesma parcela, encontrar a altura base.

A razão do difundido emprêgo da altura das árvores dominantes, na determinação dos índices de sítio, é que tal altura não é afetada pelo manejo sofrido pela floresta (33). Alexander (1), menciona ser essa variável o componente mais estável do povoamento, sendo de menor variação do que quando se considera também a altura das árvores codominantes. Neste estudo, o segundo procedimento (utilizando % da altura dominante) mostrou-se mais estável do que quando se usou a altura dominante, confirmando a validade do nôvo critério. A pequena discrepância verificada para os valôres dos parâmetros b_0 e b_1 , das duas equações de índice de sítio (ver secção 4.6.), indica que será muito pequena a diferença encontrada para os limites de cada classe de qualidade, o que é fâcilmente comprovado ao comparar as Tabelas 7 e 8. Assim sendo, qualquer dos dois critérios de altura poderão ser adotados no preparo de tabelas de qualidade de sítio.

A idade relativamente pequena das plantações amostradas contribuiu para que a idade de 12 anos fôsse escolhida como índice. Todavia, é desejável padronizar uma idade índice para êstes estudos, possibilitando assim fazer comparações mais seguras das qualidades de sítio entre regiões, para uma ou mais espécies. A tendência presente no Brasil é ir aumentando essa idade índice, com o avanço da idade das plantações, sendo que em muitos países de clima temperado foi estabelecida a idade de 50 ou 100 anos. Dado o rápido crescimento

das árvores na região dêste estudo, considera-se 20 anos como a idade indicada para ser adotada como idade índice em estudos dessa natureza.

Em função do tamanho da amostra considerada neste estudo ($N = 90$), sòmente quatro classes de qualidade foram distinguidas, por critério do autor.

Sôbre a importância do conhecimento das qualidades de sítio, Van Goor (35), menciona que a relação entre o crescimento e a qualidade do lugar, para as plantações existentes no Brasil, não se acha suficientemente estudada. Considera ser esta uma das maneiras de evitar o aplantio em lugares desfavoráveis.

A título comparativo, confrontou-se o crescimento das plantações de P. elliottii, determinado por Bennett, McGee e Clutter (6), com o crescimento determinado neste estudo. Para plantações de 20 anos, as alturas médias das árvores dominantes determinadas por aqueles autores foram de 22,0 m para a melhor classe de qualidade e 8,6 m para a pior. Para plantações de 12 anos, essas alturas foram 13,7 e 5,4 m. No presente estudo, as respectivas alturas médias das árvores dominantes foram 20,8 e 10,0 m aos 20 anos, sendo de 17,5 e 8,5 m aos 12 anos. Isso indica que nas idades mais jôvens, o crescimento verificado para plantações de São Paulo foi superior àquele verificado para a Georgia e Carolina do Sul. Contrariamente, aos 20 anos as plantações daquêles dois Estados americanos apresentaram uma ligeira superioridade em altura.

Quanto a importância da tabela de produção, Spurr (33), menciona

ser um método indireto de predizer o crescimento a um custo mais baixo do que os métodos diretos. Embora com alguma limitação na precisão da estimação do volume existente, é a única maneira segura de predizer o crescimento médio esperado por unidade de área, de um povoamento florestal, baseado em medidas do crescimento ou inferência de estudos de outros povoamentos. É de importância em manejo e planejamento, oferecendo um quadro uniformizado do desenvolvimento do povoamento, segundo o sítio e a idade.

Os resultados aqui encontrados para essas tabelas, indicam que a variável $b_4^{1/C1}$ (em que b_4 é um coeficiente de regressão e $1/C1$, a recíproca do índice de sítio para determinada classe de qualidade), influiu negativamente na eficiência do modelo onde foi incluída, ou seja, $V = b_0 \cdot b_1^{1/I} \cdot b_2^{C1} \cdot N^{b_3} \cdot b_4^{1/C1}$ (ver secção 4.7., referido como 5.). Isso é entendido quando é comparado com o modelo da equação 7., da forma $V = b_0 \cdot b_1^{C1} \cdot N^{b_2} \cdot b_3^{1/I}$, onde aquela variável não foi incluída. Enquanto para êsse primeiro modelo (5.), a curva, teòricamente falando, apresentou uma inflexão antes de atingir a classe I, o mesmo não ocorreu para o modelo 7.

A equação 6., de modelo $V = b_0 \cdot b_1^{C1} \cdot AB^{b_2} \cdot b_3^{1/I}$, foi considerada, dentre as três, a que melhor estima o volume por unidade de área, pois os volumes estimados foram mais aproximados daqueles verdadeiramente encontrados. A substituição da variável que expressa a densidade foi a razão dessa melhora na eficiência, considerando serem as duas equações (6. e 7.), provenientes de um mesmo modelo matemático. Enquanto na função 7., a densidade foi expressa pelo

número de árvores encontradas por ha (N), na 6., a densidade foi expressa pela área basal encontrada por ha (AB). O emprêgo da área basal foi mais eficiente por apresentar-se mais consistente em relação ao aumento do volume sempre que tal área aumentava, considerando uma mesma idade. Por outro lado, com o aumento do número de árvores, o volume nem sempre aumentava.

As equações 6. e 7., mencionadas anteriormente, demonstraram eficiência um pouco maior quando foram acrescentadas interações entre as suas variáveis. Confirmando trabalho de Clutter (10), êsses acréscimos não foram tão significativos para justificar o aumento proporcionado na dificuldade de resolução. O emprêgo dessas três variáveis independentes, sòmente, mostrou-se altamente significante, como ocorreu na equação 6. .

Para efeito do estudo da eficiência dos modelos matemáticos propostos, admite-se que o tamanho das amostras foi suficiente. Será temeroso o emprêgo das tabelas divulgadas neste estudo, quando empregadas em povoamentos cujas árvores correspondam à parte extrapolada das mesmas (para tabelas de produção, ver Quadro 5, secção 3.3.1.).

6. CONCLUSÕES

1. Na estimação do volume total de árvores individuais, a equação logarítmica proporcionou maior eficiência que a equação da variável combinada e função de variável recíproca.
2. No estudo da qualidade de sítio, o emprêgo da altura média das árvores maiores que 90% da altura das árvores dominantes, demonstrou maior estabilidade que o emprêgo da altura de árvores dominantes. Significa isto que o êrro da estimativa, para os limites das classes de qualidade, foi menor com o emprêgo dessa primeira altura, embora não substancialmente.
3. A substituição do número de árvores por ha (N) pela área basal por ha (AB), como expressão da variável densidade, proporcionou maior precisão aos volumes da tabela de produção.
4. O emprêgo das três variáveis independentes, Idade (I), Índice de Sítio (CI) e Área basal (AB), no estabelecimento de uma tabela de produção, resultou altamente eficiente (correspondeu à equação 6.).
5. O emprêgo de modelos matemáticos de regressão, com interações entre as três variáveis independentes usuais (idade, índice de sítio e densidade), não causou aumento significativo na precisão da tabela de produção.

6. A variável $b_4^{1/C1}$, empregada no modelo matemático utilizado por Bennet, MacGee e Clutter (6) e Heinsdijk (20), contribuiu negativamente na precisão do volume estimado pela equação em que foi incluída.

7. RESUMO

Dentre as coníferas exóticas plantadas no Sul do Estado de São Paulo, Brasil, o Pinus elliottii var. elliottii atualmente ocupa a maior área. Os aspectos silviculturais e ecológicos desta espécie são bem conhecidos, embora algumas interrogativas permaneçam no aspecto da sua mensuração, maiormente devido as plantações, objeto do estudo, não terem alcançado idade adequada. Os objetivos do estudo foram: 1) testar a eficiência de três modelos de equação na estimação do volume total de árvores individuais; 2) estabelecer "índices de sítio", baseando-se na altura de árvores dominantes e na altura média das árvores maiores que 90% das dominantes; 3) comparar a eficiência de três modelos matemáticos comumente utilizados na construção de tabelas de produção.

A eficiência de três equações para a estimação do volume total das árvores foi comparada, ou seja: equação da variável combinada, de forma funcional $V = b_0 + b_1 D^2 H + \xi$; a equação logarítmica $V = b_0 \cdot D^{b_1} \cdot H^{b_2} \cdot \xi$, e a função de variável transformada $V = D^2 / (b_0 + b_1 / H)$. O ajuste dessas três equações foi feito pelo método dos "quadrados mínimos não lineares", o que permitiu fazer as comparações entre as formas logarítmica e aritmética.

Foram usadas as frequências 112 e 164. Com esta primeira frequência, as três fórmulas se apresentaram de maneira similar, dentro da amplitude dos dados; na frequência 164, a função recíproca apresentou um declínio na sua eficiência, aumentando o desvio da

estimativa. A equação logarítmica apresentou um aumento de sua eficiência, diminuindo consideravelmente o desvio da estimativa. O fato da equação logarítmica não ter apresentado sub ou super-estimação do volume, contribuiu para selecioná-la como a mais eficiente.

Para verificar o comportamento de cada equação quanto ao desvio da estimativa em relação ao tamanho das árvores, procedeu-se uma estratificação da amostra, por classe de D^2H .

Para efeito do estabelecimento dos "índices de sítio", duas alturas bases foram testadas. A altura média correspondente às árvores maiores que 90% da altura das árvores dominantes na parcela, apresentou um menor desvio da estimativa do que quando foi empregada a altura das árvores dominantes. Essa diferença, entretando, não foi significativa, podendo, portanto, ser empregada qualquer dessas duas alturas.

Foram testados três modelos diferentes na construção de uma tabela de produção. As variáveis independentes básicas empregadas foram: idade, densidade e índices de sítio (prèviamente estabelecidos). A equação em que se empregou a área basal por hectare como medida de densidade, demonsfrou maior eficiência do que aquela em que empregou o número de árvores por hectare. A variável independente $b_4^{1/C1}$, contribuiu de modo negativo na eficiência da equação em que foi incluída. O modelo mais confiável foi $V = b_0 \cdot b_1^{1/I} \cdot b_2^{C1} \cdot AB^{b_3}$. A expansão desta fórmula, considerando as interações entre as variáveis independentes, não contribuiu para aumentar a eficiência.

Para a estimação do volume total de árvores individuais, a

equação logarítmica proporcionou maior eficiência, tanto em relação à equação da variável combinada, como à função da variável recíproca. A substituição do número de árvores por hectare (N), pela área basal por hectare (AB), como expressão da variável densidade, proporcionou maior precisão aos volumes da tabela de produção.

Para maior segurança na aplicação prática das tabelas apresentadas neste trabalho, esta aplicação deve restringir-se aos povoamentos cujas árvores correspondam às dimensões diamétricas e às idades para as quais essas tabelas foram estabelecidas.

RESUMEN

De las coníferas exóticas plantadas en el sur del Estado de São Paulo, Brasil, el Pinus elliottii var. elliottii actualmente ocupa la mayor área. Los aspectos silviculturales y ecológicos de esta especie son bien conocidos, aunque algunas interrogantes permanecen en el aspecto de su medida, mayormente debido a que las plantaciones no han alcanzado suficiente edad. Los objetivos de este estudio fueron: 1) probar la eficiencia de tres modelos para la estimación del volumen total de árboles individuales; 2) establecer índices de sitio, basándose en la altura de los árboles dominantes y en la altura media de los árboles mayores que el 90% de los dominantes; 3) comparar la eficiencia de tres modelos matemáticos comunmente utilizados en la construcción de tablas de producción.

La eficiencia de tres ecuaciones para la estimación del volumen total de los árboles fue comparada, siendo ellas: ecuación de variable combinada, $V = b_0 + b_1 D^2 H + \epsilon$; la ecuación logarítmica $V = b_0 \cdot D^{b_1} \cdot H^{b_2} \cdot \epsilon$ y la función de variables transformadas, $V = D^2 / (b_0 + b_1 / H)$. El ajuste de estas ecuaciones fue efectuada por el método de mínimos cuadrados no-lineares, para permitir comparaciones entre las formas logarítmica y aritmética.

Fueron usadas frecuencias 112 y 164 árboles. Con la primera frecuencia las tres fórmulas se presentaron de manera similar, dentro de la amplitud de los datos observados; en la frecuencia 164, la función recíproca presentó una declinación en su eficiencia,

umentando el desvío de la estimación. La ecuación logarítmica presentó un aumento de su eficiencia, disminuyendo considerablemente el desvío de la estimación. El hecho de que la ecuación logarítmica no ha presentado sub o sobre-estimación del volumen, contribuyó para seleccionarla como la más eficiente.

Para verificar el comportamiento de cada ecuación con base en el desvío de la estimación, según el tamaño de los árboles, se procedió a una estratificación de la muestra por clase de D^2H .

Para el establecimiento de los índices de sitios, fueron probadas dos alturas bases. La altura correspondiente al medio de los árboles de la parcela, mayor que el 90% de la altura de los árboles dominantes, presentó un desvío menor de la estimación que empleando la altura de los árboles dominantes, aunque esta diferencia no fue significativa, pudiendo ser empleada cualquiera de las dos alturas.

Fueron probados tres modelos diferentes en la construcción de una tabla de producción. Las variables independientes básicas empleadas fueron: la edad, la densidad y los índices de sitio previamente establecidos. La ecuación en que se empleó el área basal por hectárea como expresión de la densidad, demostró mayor eficiencia que aquella en que se empleó el número de árboles por hectárea. La variable independiente $b_4^{1/C1}$, contribuyó a una menor eficiencia de la ecuación. El modelo más confiable fue $V = b_0 \cdot b_1^{1/I} \cdot b_2^{C1} \cdot b_3^{AB}$. La expansión de esta fórmula, considerando las interacciones entre las variables independientes, no contribuyó a aumentar la eficiencia.

Para la estimación del volumen total de árboles individuales, la ecuación logarítmica proporcionó mayor eficiencia que la ecuación de la variable combinada y que la función de la variable recíproca. La sustitución del número de árboles por hectárea (N), por el área basal por hectárea (AB), como expresión de la variable densidad, proporcionó mayor precisión a los volúmenes de la tabla de producción.

Para mayor seguridad en la implicación práctica de las tablas presentadas en este trabajo, la aplicación debe restringir a las medidas de los árboles con dimensiones diamétricas y las edades convenientes a las amplitudes observadas y que sirvieron de base para la estimación de los parámetros de la ecuación.

SUMMARY

Among the exotic conifers planted in the south of São Paulo State, Brazil, the Pinus elliottii var. elliottii occupies the largest area. The silvicultural and ecological aspects of this species are well known. However, due to the young age of the plantations, there are still many unanswered mensurational questions concerning this species. The objectives of the study were: 1) to test the efficiency of three equation models for calculating the total volume of the individual trees; 2) to establish site indices based on dominant tree height and on average height of trees taller than 90% of the dominants; 3) to compare the efficiency of the three mathematical models commonly used in the construction of production tables.

The efficiency of three equations for estimating the total tree volume was compared; that is, the combined variable equation, in a functional manner, is $V = b_0 + b_1 D^2 H + \epsilon$; the logarithmic equation is $V = b_0 \cdot D^{b_1} \cdot H^{b_2} \cdot \epsilon$ and the transformed variable equation is $V = D^2 / (b_0 + b_1 / H)$. The adjustment of these equations was made by the method of non-linear least squares in order to allow comparison between the logarithmic and arithmetic forms.

The frequencies 112 and 164 were used. With the first frequency the three formulas were presented in a similar manner, within the ranges of the observed data; in the 164 frequency, the reciprocal function showed a smaller efficiency. The logarithmic equation presented an increase in its efficiency, considerably decreasing the

magnitude of the deviation. The fact that the logarithmic equation did not under or over estimate the volume, contributed towards its selection as the most efficient.

In order to verify the behavior of each equation as to the calculation of the deviation with relation to the tree sizes, there was a stratification of the sample by class of D^2H .

In order to establish the site indices, two base heights were tested. The height corresponding to the average of the trees in the not taller than 90% of the height of the dominant trees presented a calculated deviation less than the one used for the heights of dominant trees. This difference was not significant hence either methodology may be used.

In the construction of a production table, three different models were tested. The basic independent variables used were: age, density and the previously established site indices. The equation in which the basal area per hectare was used as an expression of density showed greater efficiency than the one in which the number of trees per hectare was used. The independent variable $b_4^{1/C1}$, contributed in a negative form in the efficiency of the equation where it was included. The most reliable model was $V = b_0 \cdot b_1^{1/I} \cdot b_2^{C1} \cdot b_3^{AB}$. The expansion of this formula, considering the interactions between independent variables, did not contribute towards increasing the efficiency.

The logarithmic equation furnished greater efficiency towards calculating the total volume of individual trees than either combined

variable equation or the function of the reciprocal variable. The substitution of the number of trees per hectare (N) for the basal area per hectare (AB), as an expression of the density gave greater precision to the estimated volumes of the production table.

For the greatest reliability of the tables presented in this work, application should be restricted fo populations in which the trees correspond to the diametric dimensions and ages for which the tables were established.

LITERATURA CITADA

1. ALEXANDER, R. R. Site indexes for engelmann spruce in the central rocky mountains. US Department of Agriculture. Rocky Mountain Forest and Range Experiment Station. Research Paper RM nº 32. 1967. 18 p.
2. _____, TACKLE, D. e DAHMS, G. Site indexes for lodgepole pine, with corrections for stand density methodology. US Department of Agriculture. Rocky Mountain Forest and Range Experiment Station. Research Paper RM nº 29. 1967.
3. AMARAL, D. L. Eficiência relativa de alguns métodos de estimação de volume. Tese Mag. Sc. Turrialba, Costa Rica, Instituto Interamericano de Ciências Agrícolas da OEA, 1970. 81 p. (mimeografado)
4. AVERY, T. E. Forest measurements. New York, McGraw-Hill, 1967. 290 p.
5. BEERS, T. e GINGRICH, S. Construction of cubic-foot volume tables for red oak in Pennsylvania. Journal of Forestry 56(3): 210-214. 1958.
6. BENNETT, F. A., MCGEE, C. E. e CLUTTER, J. L. Yield of old-field slash pine plantations. US Department of Agriculture. Southeastern Forest Experiment Station. Station Paper nº 107. 1959. 19 p.
7. BONILLA, J. A. Comparação de equações para a construção de tabelas de volume "standard" de "Pinus Maritimo" (Pinus pinaster Ait.). Tese Mag. Sc. Piracicaba, Brasil, Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", 1967. 83 p. (mimeografado)
8. BRICKELL, J. E. Site index curves for engelmann spruce in the Northern and central rocky mountains. US Department of Agriculture Intermountain Forest and Range Experiment Station. Research Note INT nº 42. 1966. 8 p.
9. BRUCE, D. e SCHUMACHER, F. X. Forest mensuration. 3rd. ed. New York, McGraw-Hill, 1950. 483 p.
10. CLUTTER, J. L. Compatible growth and yield models for loblolly pine. Forest Science 9(3):355-371. 1963.

11. CURTIS, R. O. A stem-analysis approach to site-index curves. Forest Science 10(2):241-256. 1964.
12. FURNIVAL, G. M. An index for comparing equations used in constructing volume tables. Forest Science 7(4):337-341. 1961.
13. GEVORKIANTZ, S. R. Growth and yield of jack pine in the lake states. US Department of Agriculture. Lake States Forest Experiment Station. Station Paper nº 7. 1947. 11 p.
14. GOLDING, D. L. e HALL, O. F. Test of precision of cubic-foot tree-volume equations on aspen, jackpine and white spruce. Forestry Chronicle 37(2):123-132. 1961.
15. GOLFARI, L. Coníferas aptas para repoblaciones forestales en el Estado de São Paulo. Silvicultura em São Paulo 6:7-62. 1967.
16. GOMES, A. M. DE A. Medição dos arvoredos. Lisboa, Livraria Sá da Costa, 1959. 413 p.
17. GRAUSHOLT, S., JACKSON, J. K. e OJO, G. O. A. Provisional tables for growth and yield of neem (Azadirachta indica) in Northern Nigeria. Nigeria. Savanna Forestry Research Station. Research Paper nº 1. 1967. 34 p.
18. GURGEL FILHO, O. A. Estudo crítico de espaçamento em Pinus elliotii Eng. var. elliotii. Silvicultura em São Paulo 4-5:235-257. 1965-1966.
19. HANNAH, P. R. Estimating site index for white and black oaks in Indiana from soil and topographical factors. Journal of Forestry 66(5):412-417. 1968.
20. HEINSDIJK, D. et al. Plantações de coníferas no Brasil. Rio de Janeiro, Serviço Florestal do Ministério da Agricultura. Setor de Inventários Florestais. Boletim nº 5. 1962. 75 p.
21. _____. et al. Plantações de eucaliptos no Brasil. Rio de Janeiro, Serviço Florestal do Ministério da Agricultura. Setor de Inventários Florestais. Boletim nº 10. 1965. 75 p.
22. HONER, T. G. A new cubic foot volume function. Forestry Chronicle 4(4):476-493. 1965.

23. HUSCH, B. Forest mensuration and statistics. New York, Ronald Press, 1963. 474 p.
24. HONES, J. R. Review and comparisons of site evaluation methods. US Department of Agriculture. Rocky Mountain Forest and Range Experiment Station. Research Paper RM nº 51. 1969. 25 p.
25. KRAMER, P. J. e KOSLOWSKI, T. T. Physiology of trees. New York, McGraw-Hill, 1960. 642 p.
26. LEVANTAMENTO DE RECONHECIMENTO DOS SOLOS DO ESTADO DE SÃO PAULO. São Paulo, Brasil, Serviço Nacional de Pesquisas Agrônomicas, Comissão de Solos, 1960. 634 p.
27. MCGEE, C. E. e CLUTTER, J. L. A study of site index for planted slash pine. Journal of Forestry 65(7):491-493. 1967.
28. MOSER, J. W. e BEERS, T. W. Parameters estimation in nonlinear volume equations. Journal of Forestry 67(12):878-879. 1969.
29. NEIRA, M. e MARTINEZ MATA, F. Terminología forestal. Madrid, Instituto Forestal de Investigación y Experiencias, 1968. 393 p.
30. PITA CARPENTER, A. Tablas de cubicación por diámetros normales y alturas totales. Madrid, Instituto Forestal de Investigación y Experiencias, 1967. 73 p.
31. SAMMI, J. C. An appeal for a better index of site. Journal of Forestry 63(3):174-176. 1965.
32. SCHUMACHER, F. X. e HALL, F. DOS S. Logarithmic expression of timber-tree volume. Journal of Agricultural Research 47(9): 719-734. 1953.
33. SPURR, S. Forest inventory. New York, Ronald Press, 1951. 476 p.
34. TRIMBLE Jr., G. R. e WEITZMAN, S. Site index studies of upland oaks in the Northern Appalachians. Forest Science 3(3): 162-173. 1956.
35. VAN GOOR, C. P. Reflorestamento com coníferas no Brasil. Aspectos ecológicos dos plantios na região Sul, particularmente com Pinus elliottii e Araucaria angustifolia. Rio de Janeiro, Serviço Florestal do Ministério da Agricultura. Setor de Inventários Florestais. Boletim nº 9. 1965. 58 p.

36. VAN GOOR, C. P. Classificação da capacidade da terra em relação ao reflorestamento com Pinus elliottii Eng. var elliottii e Araucaria angustifolia (Bert.) O. Ktze., no Estado de São Paulo. Silvicultura em São Paulo 4-5:349-366. 1965-1966.
37. _____. Investigações sôbre o crescimento de plantações jovens de Pinus elliottii no Sul do Brasil. Silvicultura em São Paulo 4-5:341-348. 1965-1966.
38. VAN LEAR, H. e HOSNER, J. F. Correlation of site index and soil mapping units; poor for yellow-poplar in South West Virginia. Journal of Forestry 65(1):22-24. 1967.
39. VENTURA, A., BERENGUT, G. e VICTOR, M. A. M. Características edafo-climáticas das dependências do Serviço Florestal do Estado de São Paulo. Silvicultura em São Paulo 4-5:57-139. 1965-1966.
40. VICTOR, M. A. M. e MONTAGNA, R. G. Análise panorâmica da situação florestal e efeito da lei de incentivos fiscais em São Paulo. Silvicultura em São Paulo 7:7-18. 1970.
41. VINCENT, A. B. Is height/age a reliable index of site? Forestry Chronicle 37(2):144-150. 1961.

A P Ê N D I C E S

Formulário 1

Espécie :				Idade :				Local :				Data :				N.º			
Alt :				CAP :				Anéis :				Obs :							
F. m	C c/c	D c/c	Casca mm	D s/c	A. basal		Volume		F. m	C c/c	D c/c	Casca mm	D s/c	A. basal		Volume			
					c/c	s/c	c/c	s/c						c/c	s/c	c/c	s/c		
0									20										
1									21										
2									22										
3									23										
4									24										
5									25										
6									26										
7									27										
8									28										
9									29										
10									30										
11									31										
12									32										
13									33										
14									34										
15									35										
16									36										
17									37										
18									38										
19									39										
20									40										
Sub-total de 0 a 20									Sub-total de 21 a 40										
Volume total da árvore																			

Tabela 1. Volume Para *Pinus elliottii* var. *elliottii*

(Volume total do tronco, sem casca, segundo a equação $V = -0,001907 + 0,290275 \cdot HD^2$, baseada em 112 árvores)

Altura em metros	DAF em centímetros																
	0,0-2,5	2,6-5,0	5,1-7,5	7,6-10,0	10,1-12,5	12,6-15,0	15,1-17,5	17,6-20,0	20,1-22,5	22,6-25,0	25,1-27,5	27,6-30,0	30,1-32,5	32,6-35,0	35,1-37,5	37,6-40,0	40,1-42,5
troncos	classes de diâmetro																
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
3	-0,0017	-0,0005	0,0014	0,0047													
4	-0,0017	-0,0002	0,0026	0,0069	0,0127												
5	-0,0016	0,0001	0,0037	0,0092	0,0164	0,0255											
6		0,0048	0,0114	0,0201	0,0310	0,0440											
7		0,0060	0,0136	0,0238	0,0365	0,0517	0,0695										
8		0,0071	0,0158	0,0274	0,0419	0,0594	0,0797	0,1029									
9		0,0180	0,0311	0,0474	0,0670	0,0899	0,1160	0,1454									
10		0,0203	0,0348	0,0529	0,0747	0,1001	0,1291	0,1618	0,1951								
11		0,0225	0,0385	0,0584	0,0824	0,1103	0,1422	0,1782	0,2181	0,2620							
12		0,0247	0,0421	0,0639	0,0900	0,1205	0,1553	0,1945	0,2381	0,2860	0,3382						
13			0,0458	0,0694	0,0977	0,1307	0,1684	0,2109	0,2531	0,3100	0,3666	0,4279					
14			0,0495	0,0749	0,1054	0,1409	0,1816	0,2273	0,2781	0,3339	0,3949	0,4609	0,5321				
15			0,0531	0,0804	0,1130	0,1511	0,1947	0,2436	0,2981	0,3579	0,4233	0,4940	0,5702	0,6518			
16			0,0859	0,1207	0,1613	0,2078	0,2600	0,3181	0,3819	0,4516	0,5271	0,6083	0,6954	0,7883			
17			0,0913	0,1283	0,1715	0,2209	0,2764	0,3381	0,4059	0,4799	0,5601	0,6445	0,7390	0,8377			
18				0,1360	0,1817	0,2340	0,2928	0,3581	0,4299	0,5083	0,5932	0,6846	0,7826	0,8871			
19				0,1437	0,1919	0,2471	0,3091	0,3781	0,4539	0,5366	0,6263	0,7228	0,8262	0,9365			
20				0,1513	0,2021	0,2602	0,3255	0,3981	0,4774	0,5650	0,6593	0,7609	0,8698	0,9859			
21				0,1590	0,2123	0,2733	0,3419	0,4181	0,5019	0,5933	0,6924	0,7991	0,9134	1,0353			
22				0,2226	0,2865	0,3583	0,4381	0,5259	0,6217	0,7255	0,8372	0,9569	1,0847				
23				0,2995	0,3746	0,4581	0,5499	0,6500	0,7585	0,8754	1,0005	1,1341					
24				0,3126	0,3910	0,4781	0,5739	0,6784	0,7916	0,9135	1,0441	1,1835					
25					0,4074	0,4981	0,5979	0,7067	0,8246	0,9516	1,0877	1,2328					
26					0,4237	0,5181	0,6219	0,7351	0,8577	0,9898	1,1313	1,2822					
27						0,5381	0,6459	0,7634	0,8908	1,0279	1,1749	1,3316					
28						0,5581	0,6698	0,7918	0,9238	1,0661	1,2185	1,3810					
29						0,5781	0,6938	0,8201	0,9569	1,1042	1,2621	1,4304					
30							0,7178	0,8485	0,9900	1,1424	1,3056	1,4799					
31								1,0230	1,1805	1,3492	1,5292						
32										1,3928	1,5786						
33												1,6280					

Tabela 7. Limites das Alturas Esperadas das Classes de Qualidade, Baseadas na Altura das Árvores Dominantes

Idade anos	Classe	Classe	Classe	Classe
	I	II	III	IV
3	5,42- 4,57	4,57- 3,71	3,71- 2,85	2,85- 2,03
4	8,24- 6,94	6,94- 5,64	5,64- 4,34	4,34- 3,03
5	10,58- 8,92	8,92- 7,24	7,24- 5,57	5,57- 3,90
6	12,51-10,53	10,53- 8,56	8,56- 6,58	6,58- 4,61
7	14,10-11,87	11,87- 9,64	9,64- 7,24	7,24- 5,19
8	15,42-12,98	12,98-10,31	10,31- 8,11	8,11- 5,68
9	16,53-13,92	13,92-11,31	11,31- 8,70	8,70- 6,09
10	17,48-14,72	14,72-11,96	11,96- 9,20	9,20- 6,44
11	18,29-15,40	15,40-12,51	12,51- 9,63	9,63- 6,62
12	19,00-16,00	16,00-13,00	13,00-10,00	10,00- 7,00
13	19,62-16,52	16,52-13,42	13,42-10,33	10,33- 7,23
14	20,17-17,00	17,00-13,80	13,80-10,61	10,61- 7,43
15	20,66-17,40	17,40-14,20	14,20-10,87	10,87- 7,61
16	21,09-17,76	17,76-14,43	14,43-11,10	11,10- 7,77
17	21,48-18,09	18,09-14,70	14,70-11,31	11,31- 7,92
18	21,57-18,39	18,39-14,94	14,94-11,50	11,50- 8,05
19	22,16-18,70	18,70-15,20	15,20-11,66	11,66- 8,16
20	22,47-18,91	18,91-15,37	15,37-11,82	11,82- 8,27

Tabela 8. Limites das Alturas Esperadas das Classes de Qualidade,
Baseadas na Porcentagem (90%) da Altura das Árvores Dominantes

Idade anos	Classe I	Classe II	Classe III	Classe IV
3	5,46- 4,60	4,60- 3,74	3,74- 2,87	2,87- 2,01
4	8,27- 6,97	6,97- 5,66	5,66- 4,36	4,36- 3,12
5	10,62- 8,94	8,94- 7,26	7,26- 5,59	5,59- 3,91
6	12,54-10,56	10,56- 8,58	8,58- 6,60	6,60- 4,73
7	14,12-11,89	11,89- 9,66	9,66- 7,43	7,43- 5,22
8	15,79-13,00	13,00-10,56	10,56- 8,12	8,12- 5,69
9	16,55-13,93	13,93-11,32	11,32- 8,70	8,70- 6,09
10	17,48-14,72	14,72-11,96	11,96- 9,20	9,20- 6,44
11	18,30-15,41	15,41-12,52	12,52- 9,63	9,63- 6,74
12	19,00-16,00	16,00-13,00	13,00-10,00	10,00- 7,00
13	19,62-16,52	16,52-13,42	13,42-10,32	10,32- 7,23
14	20,16-16,98	16,98-13,80	13,80-10,61	10,61- 7,43
15	20,64-17,40	17,40-14,20	14,20-10,87	10,87- 7,61
16	21,08-17,75	17,75-14,43	14,43-11,10	11,10- 7,77
17	21,47-18,08	18,08-14,69	14,69-11,30	11,30- 7,91
18	21,83-18,38	18,38-14,92	14,92-11,50	11,50- 8,04
19	22,14-18,60	18,60-15,20	15,20-11,64	11,64- 8,16
20	22,44-18,90	18,90-15,35	15,35-11,81	11,81- 8,27

Tabel 9. Tabela de Produção Para *Pinus eliottii* var. *elliottii*(Volume sem casca em m³/ha, segundo a equação $V = 3,248.1,05^{C1}.AB^{1,009497}.G,005432^{1/I}$)

Idade em anos	Classe de produção	Área basal em m ² /ha																		
		6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36	39	42	45	48	51	54	57	60
4	I	12,6	19,0	25,4	31,9	38,0	44,8	51,2	57,7	64,2	70,6	77,1	83,6	90,1	96,6	103,1				
	II	10,9	16,4	22,0	27,5	33,1	38,7	44,2	49,8	55,4	61,0	66,6	72,2	77,8	83,5	89,1				
	III	9,4	14,2	19,0	23,8	28,6	33,4	38,2	43,0	47,9	52,7	57,5	62,4	67,2	72,1	76,9				
	IV	8,2	12,3	16,4	20,5	24,7	28,8	33,0	37,2	41,4	45,5	49,7	53,1	58,1	62,3	66,5				
5	I	16,4	24,7	33,0	41,4	49,7	58,1	66,5	74,9	83,3	91,7	100,1	108,5	117,0	125,4	133,8				
	II	14,2	21,3	28,5	35,7	42,9	50,2	57,4	64,7	71,9	79,2	86,5	93,8	101,0	108,3	115,6				
	III	12,2	18,4	24,6	30,9	37,1	43,3	49,6	55,9	62,1	68,4	74,7	81,0	87,3	93,6	99,9				
	IV	10,6	15,9	21,3	26,7	32,0	37,4	42,8	48,3	53,7	59,1	64,5	70,0	75,4	80,8	86,3				
6	I				49,2	59,2	69,1	79,1	89,1	99,1	109,1	119,1	129,1	139,2	149,2	159,3	169,3	179,3	189,3	199,3
	II				42,5	51,1	59,7	68,3	77,0	85,6	94,2	102,9	111,6	120,2	128,9	137,6	146,3	155,0	163,7	172,4
	III				36,7	44,1	51,6	59,0	66,5	73,9	81,4	88,9	96,4	103,9	111,3	118,8	126,3	133,8	141,3	148,8
	IV				31,7	38,1	44,6	51,0	57,4	63,9	70,3	76,8	83,2	89,7	96,2	102,7	109,1	115,6		
7	I				55,7	67,0	78,3	89,6	100,9	112,2	123,5	134,9	146,2	157,6	168,9	180,3	191,7	203,1	214,5	225,9
	II				48,1	57,9	67,6	77,4	87,1	96,9	106,7	116,5	126,3	136,1	145,9	155,8	165,6	175,4	185,2	195,0
	III				41,6	50,0	58,4	66,8	75,3	83,7	92,2	100,6	109,1	117,6	126,1	134,6	143,0	151,5	160,0	168,5
	IV				35,9	43,2	50,4	57,7	65,0	72,3	79,6	86,9	94,3	101,6	109,0	116,2	123,6	130,9		
8	I					73,5	85,9	98,3	110,7	123,1	135,6	148,0	160,5	173,0	185,4	197,9	210,4	222,9	235,4	247,9
	II					63,5	74,2	84,9	95,6	106,4	117,1	127,9	138,6	149,4	160,2	171,0	181,8	192,6	203,4	214,2
	III					54,9	64,1	73,4	82,6	91,9	101,2	110,5	119,8	129,1	138,4	147,7	157,0	166,3	175,6	185,0
	IV					47,4	55,4	63,4	71,4	79,4	87,4	95,4	103,5	111,5	119,5	127,6	135,6	143,7	151,7	159,7
9	I					79,0	92,4	105,7	119,0	132,4	145,8	159,2	172,5	186,0	199,4	212,8	226,2	239,7	253,1	266,5
	II					68,3	79,8	91,3	102,8	114,4	125,9	137,5	149,1	160,6	172,2	183,8	195,4	207,0	218,6	230,3
	III					59,0	68,9	78,9	88,8	98,8	108,8	118,8	128,8	138,8	148,8	158,9	168,8	178,8	188,9	198,6
	IV					51,0	59,5	68,1	76,7	85,3	94,0	102,6	111,2	119,9	128,5	137,2	145,8	154,5	163,1	171,6
10	I					83,8	97,9	112,0	126,1	140,3	154,5	168,6	182,8	197,0	211,3	225,5	239,7	254,0	268,2	282,5
	II					72,4	84,5	96,7	109,0	121,2	133,4	145,7	157,9	170,2	182,5	194,8	207,1	219,4	231,7	244,0
	III					62,5	73,0	83,6	94,1	104,7	115,3	125,8	136,4	147,0	157,6	168,3	178,9	189,5	200,1	210,8
	IV					54,0	63,1	72,2	81,3	90,4	99,6	108,7	117,9	127,0	136,2	145,3	154,5	163,7	172,9	182,1
11	I					87,8	102,6	117,4	132,3	147,1	162,0	176,8	191,7	206,6	221,5	236,4	251,4	266,3	281,2	296,2
	II					75,9	88,7	101,2	114,3	127,1	139,9	152,8	165,6	178,5	191,4	204,2	217,1	230,0	242,9	255,8
	III					65,6	76,6	87,6	98,7	109,8	120,9	132,0	143,1	154,2	165,3	176,4	187,6	198,7	209,9	221,0
	IV					56,6	66,1	75,7	85,3	94,8	104,4	114,0	123,6	133,2	142,8	152,4	162,0	171,6	181,3	190,4
12	I					91,4	106,8	122,2	137,6	153,0	168,5	184,0	199,4	214,9	230,4	246,0	261,5	277,0	292,6	308,1
	II					78,9	92,2	105,5	118,9	132,2	145,6	158,9	172,3	185,7	199,1	212,5	225,9	239,3	252,7	266,2
	III					68,2	79,7	91,2	102,7	114,2	125,7	137,3	148,8	160,4	172,0	183,5	195,1	206,7	218,3	229,9
	IV					58,9	68,8	78,7	88,7	98,6	108,6	118,6	128,6	138,6	148,5	158,5	168,6	178,6	188,6	198,6
13	I					94,5	110,4	126,3	142,3	158,2	174,2	190,0	206,2	222,3	238,3	254,3	270,4	286,4	302,5	318,6
	II					81,6	95,4	109,1	122,9	136,7	150,5	164,3	178,1	192,0	205,8	219,7	233,6	247,4	261,3	275,2
	III					70,5	82,4	94,3	106,2	118,1	130,1	141,9	153,9	165,8	177,8	189,8	201,8	213,7	225,7	237,7
	IV					60,9	71,2	81,4	91,7	102,0	112,3	122,6	132,9	143,3	153,6	163,9	174,3	184,6	195,0	205,4
14	I					113,6	130,0	146,4	162,8	179,3	195,8	212,2	228,7	245,2	261,7	278,2	294,8	311,3	327,8	
	II					98,1	112,3	126,5	140,7	154,9	169,1	183,3	197,6	211,8	226,1	240,4	254,6	268,9	283,2	
	III					84,8	97,0	109,3	121,5	133,8	146,1	158,4	170,7	183,0	195,3	207,6	220,0	232,3	244,6	
	IV					73,2	83,8	94,4	105,0	115,6	126,2	136,8	147,4	158,1	168,7	179,4	190,0	200,7	211,3	
15	I					116,5	133,3	150,1	166,9	183,8	200,7	217,6	234,5	251,4	268,3	285,2	302,2	319,1	336,1	
	II					100,6	115,1	129,7	144,2	158,8	173,3	187,9	202,5	217,1	231,8	246,4	261,0	275,7	290,3	
	III					86,9	99,4	112,0	124,6	137,2	149,7	162,3	175,0	187,6	200,2	212,8	225,5	238,1	250,8	
	IV					75,1	85,9	96,7	107,6	118,5	129,4	140,2	151,1	162,0	172,9	183,9	194,8	205,7	216,6	
16	I					119,0	136,2	153,4	170,6	187,8	205,1	222,3	239,6	256,9	274,2	291,5	308,8	326,1	343,5	
	II					102,8	117,6	132,5	147,4	162,3	177,2	192,1	207,0	222,9	238,9	254,8	270,7	286,6	302,5	
	III					88,8	101,6	114,5	127,3	140,2	153,0	165,9	178,8	191,7	204,6	217,5	230,4	243,3	256,2	
	IV					76,7	87,8	98,9	110,0	121,1	132,2	143,3	154,5	165,6	176,7	187,9	199,1	210,2	221,4	
17	I					121,3	138,8	156,4	173,9	191,5	209,1	226,6	244,3	261,9	279,5	297,1	314,8	332,5	350,1	
	II					104,8	119,9	135,1	150,2	165,4	180,6	195,8	211,0	226,2	241,4	256,7	271,9	287,2	302,4	
	III					90,5	103,6	116,7	129,8	142,9	156,0	169,1	182,3	195,4	208,6	221,7	234,9	248,1	261,3	
	IV					78,2	89,5	100,8	112,1	123,4	134,8	146,1	157,4	168,8	180,2	191,5	202,9	214,3	225,7	
18	I					123,4	141,2	159,0	176,9	194,8	212,6	230,5	248,5	266,4	284,3	302,3	320,2	338,2	356,1	
	II					106,6	122,0	137,4	152,8	168,2	183,7	199,2	214,6	230,1	245,6	261,1	276,6	292,1	307,6	
	III					92,1	105,4	118,7	132,0	145,3	158,7	172,0	185,4	198,8	212,2	225,5	238,9	252,3	265,8	
	IV					79,6	91,0	102,5	114,0	125,5	137,1	148,6	160,2	171,7	183,3	194,8	206,4	218,0	229,6	
19	I					125,3	143,4	161,5	179,6	197,8	215,9	234,1	252,3	270,5	288,7	306,9	325,1	343,4	361,6	
	II					108,2	123,9	139,5	155,2	170,8	186,5	202,2	217,9	233,6	249,4	265,1	280,9			

Tabela 10. Tabela de Produção para *FABUS eliotii* var. *eliotii*(Volume sem casca em m³/ha, segundo a equação $V = 7,903.1,047^{Cl}.N^{0,505623}.(10^{-6}.0,8573)^{1/I}$)

Idade em anos	Classes de produção	Número de árvores/ha																
		600	700	800	900	1000	1200	1400	1600	1800	2000	2200	2400	2600	2800	3000	3500	4000
4	I							20,9	22,4	23,8	25,1	26,3	27,5	28,6	29,7	30,8	33,3	35,6
	II							18,2	19,5	20,7	21,8	22,9	23,9	24,9	25,9	26,8	29,0	31,0
	III							15,9	17,0	18,0	19,0	20,0	20,9	21,7	22,6	23,4	25,3	27,0
	IV							13,8	14,8	15,7	16,6	17,4	18,2	18,9	19,7	20,4	22,0	23,5
5	I							42,1	45,0	47,8	50,4	52,9	55,3	57,6	59,8	61,9	66,9	71,6
	II							36,7	39,2	41,7	43,9	46,1	48,2	50,2	52,1	53,9	58,3	62,4
	III							32,0	34,2	36,3	38,3	40,2	42,0	43,7	45,4	46,1	50,8	54,3
	IV							27,8	29,8	31,6	33,4	35,0	36,6	38,0	39,6	40,9	44,2	47,3
6	I							67,1	71,7	76,1	80,3	84,3	88,1	91,7	95,2	98,6	106,6	114,0
	II							58,4	62,5	66,3	70,0	73,4	76,7	80,0	83,0	85,9	92,9	99,4
	III							50,9	54,5	57,8	61,0	64,0	66,9	69,6	72,3	74,8	80,9	86,6
	IV							44,4	47,4	50,4	53,1	55,7	58,2	60,7	63,0	65,2	70,5	75,4
7	I							93,5	100,1	106,2	112,0	117,6	122,8	127,9	132,8	137,5	148,6	159,0
	II							81,5	87,2	92,5	97,6	102,4	107,0	111,4	115,7	119,8	129,5	138,6
	III							71,0	76,0	80,6	85,0	89,2	93,2	97,1	100,8	104,4	112,8	120,7
	IV							61,9	66,2	70,2	74,1	77,7	81,2	84,6	87,8	90,9	98,3	105,2
8	I							120,0	128,4	136,3	143,7	150,8	157,6	164,1	170,4	176,5		
	II							104,6	111,9	118,7	125,2	131,4	137,3	143,0	148,5	153,7		
	III							91,1	97,5	103,5	109,1	114,5	119,7	124,6	129,4	134,0		
	IV							79,4	84,9	90,1	95,1	99,8	104,3	108,6	112,7			
9	I							134,8	145,7	155,9	165,5	174,5	183,1	191,4	199,3	206,9		
	II							117,4	127,0	135,8	144,2	152,1	159,6	166,7	173,6	180,3		
	III							102,3	110,6	118,4	125,6	132,5	139,0	145,3	151,3	157,1		
	IV							89,2	96,4	103,1	109,4	115,4	121,1	126,6	131,8	136,8		
10	I							143,6	157,4	170,2	182,1	193,3	203,8	213,9	223,5	232,8		
	II							125,1	137,2	148,3	158,6	168,4	177,6	186,4	194,7	202,8		
	III							109,0	119,5	129,2	138,2	146,7	154,7	162,4	169,7	176,7		
	IV							95,0	104,1	112,6	120,4	127,8	134,8	141,5	147,8	153,9		
11	I							163,0	178,8	193,2	206,7	219,4	231,4	242,9	253,8			
	II							142,0	155,7	168,4	180,1	191,2	201,6	211,6	221,1			
	III							123,7	135,7	146,7	156,9	166,6	175,7	184,4	192,7			
	IV							107,8	118,2	127,8	136,7	145,1	153,1	160,6	167,9			
12	I							171,8	181,2	198,7	214,8	229,8	243,9	257,3	270,0	282,1		
	II							149,7	157,9	173,1	187,2	200,2	212,5	224,2	235,2	245,8		
	III							130,4	137,6	150,8	163,1	174,5	185,2	195,3	204,9	214,2		
	IV							113,6	119,9	131,4	142,1	152,0	161,3	170,2	178,6	186,6		
13	I							187,9	198,2	217,3	234,9	251,4	266,8	281,4	295,3			
	II							163,7	172,7	189,4	204,7	219,0	232,4	245,2	257,3			
	III							142,6	150,4	165,0	178,4	190,8	202,5	213,6	224,1			
	IV							125,0	131,1	143,7	155,4	166,3	176,5	186,1	195,3			
14	I							191,2	203,0	214,0	234,7	253,7	271,4	288,1	303,8	318,8		
	II							166,6	176,8	186,5	204,5	221,0	236,5	251,0	264,7	277,8		
	III							145,1	154,0	162,5	178,1	192,6	206,0	218,7	230,6	242,0		
	IV							126,4	134,2	141,6	155,2	167,8	179,5	190,5	201,0	210,9		
15	I							204,3	216,9	228,7	250,8	271,1	290,1	307,9	324,7	340,8		
	II							178,0	189,9	199,3	218,5	236,2	252,7	268,3	282,9	296,9		
	III							155,1	164,6	173,6	190,4	205,8	220,2	233,7	246,5	258,7		
	IV							135,1	143,4	151,3	165,9	179,3	191,9	203,6	214,8	225,4		
16	I							202,4	216,6	229,9	242,4	265,8	287,4	307,5	326,3	344,2		
	II							176,4	188,7	200,3	211,2	231,6	250,4	267,9	284,3	299,9		
	III							153,7	164,4	174,5	184,0	201,8	218,2	233,4	247,7	261,3		
	IV							133,9	143,2	152,0	160,3	175,8	190,1	203,4	215,8	227,7		
17	I							213,1	228,0	242,0	255,2	279,9	302,5	323,7				
	II							185,7	198,6	210,8	222,4	243,8	263,6	282,0				
	III							161,8	173,1	183,7	193,7	212,4	229,7	245,7				
	IV							141,0	150,8	160,0	168,8	185,1	200,1	214,1				
18	I							206,3	223,0	238,6	253,3	267,1	292,9	316,7				
	II							179,8	194,3	207,9	220,7	232,7	255,2	275,9				
	III							156,6	169,3	181,1	192,3	202,8	222,4	240,4				
	IV							136,5	147,5	157,8	167,5	176,7	193,7	209,4				
19	I							214,9	232,3	248,6	263,8	278,3	305,1					
	II							187,3	202,4	216,6	229,9	242,4	265,9					
	III							163,2	176,4	188,7	200,3	211,2	231,6					
	IV							142,2	153,7	164,4	174,5	184,0	201,8					
20	I							223,0	241,0	257,9	273,7	288,7	316,6					
	II							194,3	210,0	224,7	238,5	251,5	275,8					
	III							169,3	183,0	195,8	207,8	219,1	240,3					
	IV							147,5	159,4	170,6	181,0	190,9	209,4					

ERRATA

Pág. 28

Onde se lê:

resolvendo (1), temos,

$$V = A_1 + \frac{1}{2} A_2 + \frac{1}{2} A_3 + \dots + \frac{1}{2} A_{n-1} + \frac{1}{2} A_n + \frac{1}{3} A_n \cdot h \quad (2)$$

A expressão (2), reduz-se a,

$$V = A_1 + \frac{1}{2} (A_2 + A_3 + \dots + A_{n-1}) + \frac{1}{2} A_n + \frac{1}{3} A_n \cdot h$$

Lê-se:

$$V = A_1 + \frac{A_1}{2} + \frac{2A_2}{2} + \frac{2A_3}{2} + \dots + A_{n-1} + \frac{A_n}{2} + \frac{A_n \cdot h}{3} \quad (2)$$

expressão (2), reduz-se a,

$$V = \frac{A_1}{2} + A_1 + A_2 + A_3 + \dots + A_{n-1} + \frac{A_n}{2} + \frac{A_n \cdot h}{3}$$