

Predicción del rendimiento de maíz a través de análisis probabilísticos para una localidad dada y sus interrelaciones con el manejo¹ */

JAVIER GARCIA B,** ANTONIO TURRENT F.**

Abstract

Methods and procedures are presented to estimate the yield probability in a particular area. This is basic in crop zonification or in the agroecological characterization of areas using quantitative analyses. In the same way the inter-relationships between yield and management recommendations were included. Because of the importance of the relationships between these recommendations and climate variability, a broad spectrum of crop responses can be found for a particular recommendation. The relationships between rain probability, recommendations and crop yields must be established, in other words, the probability of success of a particular recommendation for a given area in which the climate variability is known, must be indicated. Corn yield probability was calculated as a function of varying levels of fertilization and rain; the last variable were treated as estocastic variable. The selected area was the Huejotzingo region within the Plant Puebla in México.

Precipitation records were analyzed in a monthly basis and adjusted to continuous probability distributions. These were normal, Galton and incomplete gamma. In the same way isoquanta as a function of levels of three months of rain (April, May and June) and different recommendations for pre-established yields, were calculated through the volume of the trivariate probability in a side of the surface of the isoquanta of the yield produced by the three months of rain.

Introducción

El estudio de la predicción del rendimiento y sus probabilidades de ocurrencia, se logra a través de la introducción de las componentes estocásticas (climáticas) en las funciones de producción. Los rendimientos así obtenidos y sus probabilidades, estarán referidos siempre a los niveles de manejo empleados, de tal manera que para distintos manejos, se obtendrán distintas distribuciones de frecuencia de los rendimientos a esperarse en una serie larga de años. El estudio de la predicción del rendimiento y su distribución probabilística, debe llevarse a cabo considerando las interrelaciones ambientales con el manejo y de esta manera se puede averiguar también qué probabilidades de éxito tiene una recomendación de manejo, de obtener un rendimiento establecido bajo una condición ambiental dada (clima y suelo).

En este artículo se pretende entonces estudiar, tanto la estimación y probabilidad de los rendimientos, como la selección de recomendaciones de manejo, que permitan rebasar rendimientos preestablecidos a un nivel de probabilidad aceptable para las condiciones ambientales dadas.

El ensayo tradicional de estudio de la respuesta al manejo, circunscrito a una o varias zonas, aun con matrices experimentales adecuadas, no da en realidad suficientes elementos de juicio para resolver el problema anterior y no aporta los datos primarios necesarios para poder evaluar el éxito probabilístico de una dada recomendación. Para esto último, lo cual constituye per se el fin práctico e idóneo de la investigación en aumento de la productividad a través de enmiendas, se hace necesario disponer de un conjunto de ensayos regionales o bien grupos de ensayos de punto, suficientemente distribuidos, para captar la variabilidad edáfica y climática, que permitan configurar un espacio exploratorio amplio donde poder relacionar niveles de manejo, variables de sitio y variabilidad climática a través de sus funciones de respuesta. Por lo tanto se evaluará la probabilidad

¹ Recibido para publicación el 18 de abril de 1980.

* Trabajo presentado a la XI Reunión de ALCA. Acapulco, México. 1979.

** Colegio de Postgraduados. Chapingo, México

de éxito de determinados niveles de manejo y la predicción del rendimiento, teniendo como base una función de respuesta empírica obtenida experimentalmente a partir de ensayos pertenecientes al Plan Puebla en México.

Antecedentes

La investigación agrícola tradicional, generalmente no toma en cuenta las interrelaciones clima-suelo-manejo en el estudio de la respuesta al rendimiento. Por lo tanto, las recomendaciones de manejo se dan tradicionalmente en fórmulas "rígidas". En la revisión bibliográfica se encuentran muy pocos trabajos dirigidos al cálculo de las probabilidades de éxito de un determinado nivel de fertilización. En México se destaca el de Laird y Rodríguez (7). Estos autores al estudiar la fertilización del maíz de temporal en regiones de Guanajuato, Michoacán y Jalisco, consideraron importante estudiar funciones de respuesta a nitrógeno correspondientes a diferentes índices de sequía. Señalaron la reducción del rendimiento correspondiente a índices de sequía para los niveles de 0,40 y 80 kg/ha de fertilización nitrogenada y asimismo establecieron una familia de funciones de respuesta a nitrógeno y sus probabilidades.

Un trabajo importante sobre temas relacionados es el de Janvry en Argentina (2). En él se estudia como punto principal el análisis económico de la fertilización en determinadas regiones argentinas, se realizan estudios probabilísticos de la lluvia y humedad del suelo y se calculan las probabilidades de obtener niveles de productividad media y marginal del nitrógeno aplicado.

En la Rama de Suelos del Colegio de Postgraduados, se llevaron a cabo en los últimos años, una serie de estudios tendientes a generar tecnologías para agricultura de temporal. De estos trabajos pueden extraerse una serie de funciones empíricas de producción donde están relacionadas variables de sitio, niveles de fertilización y variables climáticas (1) (3) (4) (11) (12). De las anteriores funciones de producción la presentada por Volke (12) es la más completa al interrelacionar mayor número de variables para explicar la respuesta del cultivo.

Materiales y métodos

Características del Area

El área seleccionada para el estudio fue la correspondiente a la localidad de Huejotzingo, estado de Puebla, cuyas características climáticas y edáficas se indican a continuación:

Lat.	19° 09' N.	Temperatura mín. media	7,0°C
Long.	98° 24' 0.	Precipitación anual	839 mm
Altura promedio	2291 msnm	Precipitación en el ciclo:	
		Mayo - Sept.	715 mm
Temperatura máx. media	23,4°C	Junio - Oct.	725 mm

Se presentan en general suelos profundos y pumíticos del volcán Popocatepetl, con texturas predominantes de migajón-arenoso a arenosas. Una propiedad importante de estos suelos es su capacidad para conservar la humedad del ciclo anterior cuando se les somete a prácticas de manejo adecuadas; por ésta razón son sembrados antes del inicio de la época lluviosa, generalmente en abril.

Función de Producción

La función de producción empleada fue la ecuación empírica generalizada calculada por Volke (12) para una región amplia del Plan Puebla en México, en que se localiza Huejotzingo. Dicha función final consta de 29 términos y presenta un coeficiente de determinación del 72,2% ($R^2 = 0,722$).

$$R = f(N, F, D, n, \dots, P_A, P_M, P_J)$$

El número de factores que intervienen en la función son 18; de los 29 términos o variables de la función, 9 interaccionan con alguno de los 3 factores climáticos (estocásticos) empleados (P_A , P_M , y P_J) que se refieren a la precipitación total de los meses de abril, mayo y junio respectivamente.

En la función de producción anterior fueron sustituidos los factores de sitio por sus valores promedios para la localidad, con lo cual la nueva función de producción reajustada tiene la forma:

$$R = f(N, F, D, P_A, P_M, P_J)$$

donde:

R	= Rendimiento del maíz en kg/ha
N	= Nitrógeno aplicado en kg/ha
D	= Número de plantas en miles/ha
F	= fósforo aplicado en kg/ha
P_A	= lluvia del mes de abril en mm/10
P_M	= lluvia del mes de mayo en mm/10
P_J	= lluvia del mes de junio en mm/10

Niveles y rendimientos seleccionados

Los niveles de tratamientos seleccionados son aquéllos que pertenecen a un factorial 4^3 para los factores, N, F y D y los niveles siguientes:

N	60	90	120	150
F	0	20	40	60
D	30	40	50	60

Lo cual origina 64 distintos grados de tecnología por aplicar.

De acuerdo a la función de producción donde se interrelacionan los niveles de manejo, la lluvia y el rendimiento, al sustituir los valores mínimos y óptimos probables de lluvia a esperar, puede calcularse el espacio de exploración de ocurrencia de los rendimientos probables para cada una de las 64 tecnologías. El intervalo considerado fue de 250 kg. Para las tecnologías más bajas y altas, respectivamente se encontró que:

Con 60 - 0 - 30 y deficiente temporal = 1000 kg/ha
Con 150 - 60 - 60 y adecuado temporal = 6500 kg/ha

es decir, que para la más baja tecnología y precipitación deficiente pueden obtenerse al menos 1000 kg/ha y para la tecnología más alta y adecuadas precipitaciones puede llegar el rendimiento a 6500 kg/ha; luego tales niveles fueron los extremos seleccionados del espacio de exploración para el rendimiento:

1000, 1250, 1500, ... 6250, 6500. kg/ha

Ecuaciones de los Isocuantos

Las variables estocásticas en juego, como se indicaba anteriormente, son las lluvias de abril, mayo y junio. Un isocuento sería la línea o superficie, en este caso, donde para cualquier combinación de ocurrencia de las tres precipitaciones se obtuviera un mismo rendimiento prefijado. Las ecuaciones de los isocuantos para las 64 tecnologías y los rendimientos indicados anteriormente, se calculan sustituyendo en la función de producción final, los distintos niveles de tecnología y empleando como variable dependiente una de las variables estocásticas:

$$P_J = f(R, P_A, P_M)$$

Para un rendimiento R_i dado, cualquier combinación de las variables estocásticas que iguale la relación:

$$P_J = f(P_A, P_M)$$

producirá un rendimiento R_i , luego la anterior es la ecuación del isocuento para una tecnología y rendimiento dados y que tendrá una configuración tridimensional.

Distribuciones de probabilidad continua

Las distribuciones de probabilidad continua a las cuales fueron ajustados los datos de precipitación fueron: normal, Galton y gamma incompleta truncada. Todas ampliamente divulgadas. En este caso se empleó un programa de computadora realizado por León Z. (8), en el Colegio de Postgraduados.

Cálculo de las probabilidades de obtener determinados rendimientos para una recomendación dada.

El nivel de probabilidad de exceder un rendimiento prefijado es la integral en el espacio de probabilidad a un lado del isocuento de las probabilidades conjuntas de P_J, P_M y P_A .

Al disponer del conocimiento de la frecuencia acumulativa de las variables estocásticas se puede obtener la frecuencia de ocurrencia de un nivel prefijado de rendimiento, la cual teóricamente se escribe:

$$P(R \geq R_i) = \int_{P_A=0}^{\infty} \int_{P_M=0}^{\infty} \int_{P_J=0}^{\infty} f(P_A) \dots \\ \dots f(P_M) f(P_J) dP_A dP_M dP_J$$

La integración se efectuó por un algoritmo, donde el volumen de probabilidad conjunta de las tres variables, se obtiene por sumatoria de sucesivas multiplicaciones de la probabilidad conjunta de dos de ellas por el intervalo correspondiente a la tercera.

Los valores extremos en la integración de límites de la misma fueron aquellas cantidades de lluvia correspondientes a un período de retorno de 100 años (Probabilidad = 0,99 ó 0,01).

Relaciones entre probabilidades, rendimientos y manejos, a través de regresiones múltiples

Al conocerse por el procedimiento metodológico anterior, las probabilidades de obtener rendimientos prefijados para recomendaciones dadas, se pretende, luego, efectuar la relación entre ellos por medio de regresiones múltiples y obtener la función general:

$$\text{Prob} = f(R, N, F, D)$$

donde Prob = probabilidad de obtener un rendimiento (R) dado, para un manejo (N, F, D) también dado.

Los anteriores son los factores primarios, de los cuales se crearán variables secundarias que son combinaciones de los primeros y que se ajustan a la forma de distribución de la variable dependiente. Para lo anterior es conveniente graficar los valores de probabilidad de obtener un rendimiento \underline{vs} ese rendimiento para distintas combinaciones de N, F y D.

Para la relación entre Prob y R se eligió un polinomio de tercer grado:

$$\text{Prob} = f(R, R^2, R^3)$$

Para la explicación del impacto de los distintos niveles de N, F y D a través del rendimiento en la probabilidad de éxito, se usó un modelo completo de segundo grado. Es decir, las componentes lineales, cuadráticas y cúbicas de R en la ecuación anterior, así como el término independiente, están afectadas por los valores de N, F y D, los cuales entran a formar parte de la ecuación teórica general como un modelo de segundo grado. Lo anterior genera 36 variables a las cuales se le añadieron las que integran el polinomio básico de tercer grado:

$$\begin{array}{l} R, R^2, R^3 \\ (N, F, D, N^2, F^2, D^2, NF, ND, DF) \\ R (N, F, D, N^2, F^2, D^2, NF, ND, DF) \\ R^2 (N, F, D, N^2, F^2, D^2, NF, ND, DF) \\ R^3 (N, F, D, N^2, F^2, D^2, NF, ND, DF) \end{array}$$

que conformarán el cuadro total de variables a considerar y a someter a eliminación.

Selección de variables

De las 39 variables anteriores muchas no tendrán un suficiente poder predictivo para ser consideradas como tales. Con objeto de seleccionar aquellas variables que mejor contribuyen con la estimación de la probabilidad, se aplicó el procedimiento "Stepwise" o técnicas de selección de variables, de estas la de mayor incremento del r^2 fue la elegida. Esta técnica está contenida en el paquete científico, Sistema de Análisis Estadístico (S.A.S.) (10).

Límites prácticos de las distribuciones

La probabilidad conjunta de ocurrencia indicada por la integral triple anterior presenta límites teóricos entre 0 y ∞ (o entre $-\infty$ y $+\infty$ dependiendo de la función empleada). Con objeto de ajustarse a la realidad fueron seleccionados como límites los períodos de retorno de 100 años.

El período de retorno se calcula generalmente como el inverso de la frecuencia empírica. Esta frecuencia empírica acumulada de $F(X)$ comprendida entre $\frac{m}{n}$ y $\frac{m-1}{n}$, cuando los valores X_i son dispuestos en orden creciente, es igual a $\frac{m}{n+1}$ pero otras

aproximaciones son posibles, como las de Alekseev $\frac{m-0,25}{n+0,50}$, Chegodayev $\frac{m-0,3}{n+0,4}$ etc. (13); donde $n =$ número de observaciones y $m =$ lugar que ocupa el valor X_i en una serie ordenada crecientemente.

El período de retorno se calcula como:

$$T(X) = \frac{1}{1 - F(X)}$$

donde para una probabilidad no superior al 0,99 (99%), corresponde un valor de $T(X) = 100$ años.

Resultados y Discusión

Ecuaciones de los isocuantos

Un ejemplo de ecuaciones de los isocuantos se puede observar en el Cuadro 1, en que aquellas presentan una configuración tridimensional ya que son función en este caso de tres variables.

En la Figura 1 se presentan como ejemplo algunos isocuantos bidimensionales para 3000 kg/ha de rendimientos y la tecnología (120 - 20 - 40).

Estos isocuantos representan tres cortes en la superficie tridimensional a las alturas $P_M = 0,60$ y 120 mm.

P_J y P_M están afectadas en la ecuación por coeficientes de un fácil manejo, por lo tanto, cualquiera de esas variables pudiera escogerse como dependiente (eje y). Se seleccionó P_J debido a que como se indicará más adelante, tuvo un mejor ajuste a una distribución normal al igual que P_A sin embargo la variable P_M se ajustó a una distribución gamma incompleta. De esta manera la pareja P_J, P_A y su probabilidad de ocurrencia conjunta puede interpretarse a través del cálculo de una normal bivariada. Por su complejidad de forma P_A que tiene efectos lineales, cuadráticos y de raíz cuadrada sobre el rendimiento, debe considerarse como variable independiente para facilitar su manejo (eje X).

Distribuciones de probabilidad conjunta de mejor ajuste.

Las precipitaciones de los tres meses se ajustaron a funciones gamma incompletas truncadas y norma-

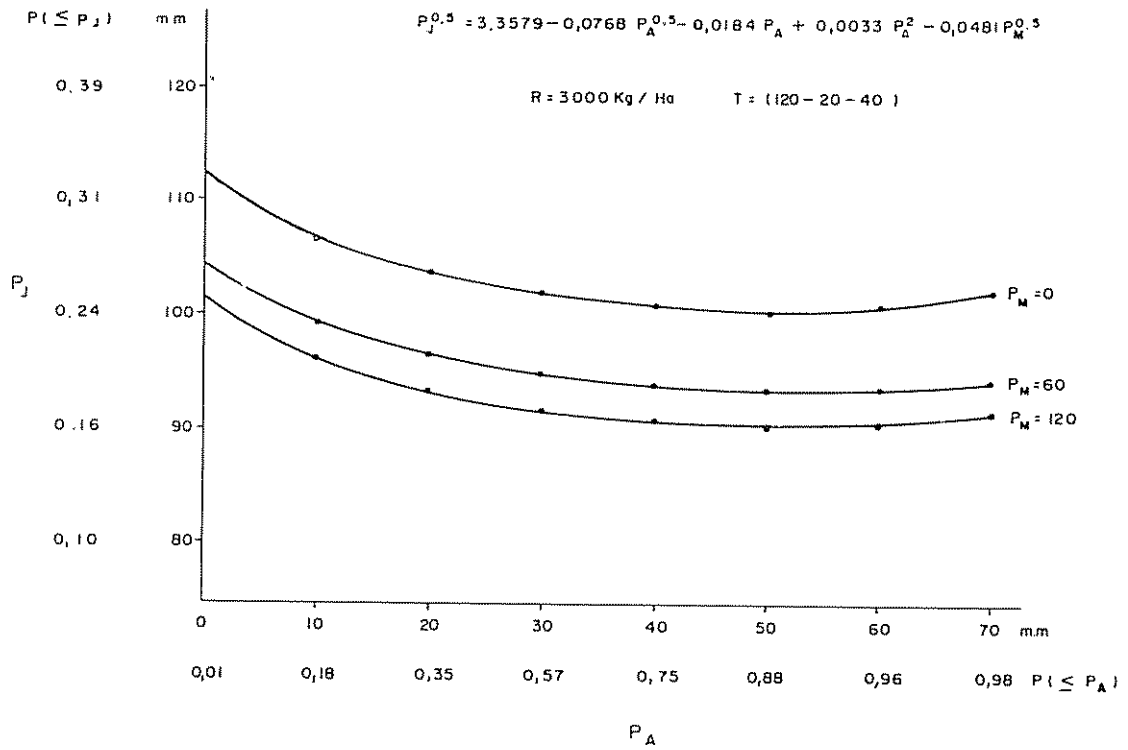


Fig. 1. Isocuantos bidimensionales o cortes en el isocuento tridimensional en los puntos $P_M = 0,60$ y 120 . Cualquier combinación conjunta produce 3000 kg/ha para la recomendación $(120-20-40)$.

les efectuándose la comparación en este caso, por ser las muestras suficientemente grandes, por medio del test de Pearson. Para lo cual la amplitud de las observaciones se divide en k intervalos de clase mutuamente excluyentes. A cada intervalo de clase le corresponde una frecuencia observada y una esperada, calculadas en base a la muestra y a la distribución ajustada respectivamente. Los valores de χ^2 obtenidos son:

P_A	P_M	P_J	
Gamma	32	16	24
Normal	20	20	13

$$\chi^2 = \frac{(O - E)^2}{E}$$

$n = 26, GL = n-3 = 23$

el valor $\chi^2_{0,05} = 25,0$, luego ambos modelos son

Cuadro 1: Ejemplo de ecuaciones de isocuantos generados para una dada recomendación de manejo y rendimientos prefijados, en función de las tres variables estocásticas.

$(150 - 60 - 40)$	$P_J^{0,5} = (0,0013 R_i - 1,2281) - 0,0593 P_A^{0,5} - 0,0177 P_A + 0,0032 P_A^2 - 0,04664 P_M^{0,5}$
* $(130 - 40 - 40)$	$P_J^{0,5} = (0,0015 R_i - 1,5689) - 0,0694 P_A^{0,5} - 0,0179 P_A + 0,0032 P_A^2 - 0,0471 P_M^{0,5}$
$(120 - 20 - 40)$	$P_J^{0,5} = (0,0017 R_i - 1,7699) - 0,0768 P_A^{0,5} - 0,0184 P_A + 0,0033 P_A^2 - 0,0481 P_M^{0,5}$
* $(100 - 0 - 40)$	$P_J^{0,5} = (0,0021 R_i - 2,09) - 0,0946 P_A^{0,5} - 0,0188 P_A + 0,0034 P_A^2 - 0,0493 P_M^{0,5}$
* $(80 - 0 - 40)$	$P_J^{0,5} = (0,0026 R_i - 2,4284) - 0,1183 P_A^{0,5} - 0,0188 P_A + 0,0034 P_A^2 - 0,0494 P_M^{0,5}$
$(60 - 0 - 40)$	$P_J^{0,5} = (0,0035 R_i - 2,8445) - 0,1578 P_A^{0,5} - 0,0188 P_A + 0,0034 P_A^2 - 0,0494 P_M^{0,5}$

* Recomendaciones estudiadas preliminarmente y no presentadas en este artículo (6).

capaces de representar la distribución real, no obstante la normal presenta mejores ajustes en abril y en junio. Solamente gamma en abril no presenta buen ajuste.

Los parámetros de la forma para la distribución gamma fueron:

P_A	P_M	P_J
α 2,12	3,45	6,66

A medida que el parámetro de forma es superior, la distribución tiende hacia la simetría; por lo tanto, no resulta extraño que una distribución normal se ajuste bien en julio. El mejor ajuste de mayo (y no abril) a la función gamma, en comparación a la normal, es más inesperado. En la Fig. 2 se muestran las representaciones gráficas de las frecuencias empíricas y las distribuciones normal y gamma para los tres meses en estudio; puede observarse un buen ajuste en ambas. En el mes de abril se detecta un mejor ajuste de la normal en casi toda la distribución excepto en una cola, lo cual se debe al truncamiento ya que $F(0) \neq 0$.

Los parámetros de la normal para los tres meses son:

	P_A	P_M	P_J
\bar{X} (mm)	27	67	146
σ (mm)	19	36	59

Los dos meses que presentaron mejor distribución normal fueron ajustados a una distribución de Galton y comparadas ambas distribuciones por la prueba de Shapiro y Wilk (9), la cual se considera de potencia para medir el grado de propiedad con que el modelo se ajusta a la distribución real, en el caso de normalidad.

Los valores del estadístico W de Shapiro y Wilk tuvieron los siguientes valores:

	P_A	P_J
Normal	0,934 (ns 0,10)	0,922 (ns 0,05)
Galton	0,790 (s 0,01)	0,9755 (ns 0,50)

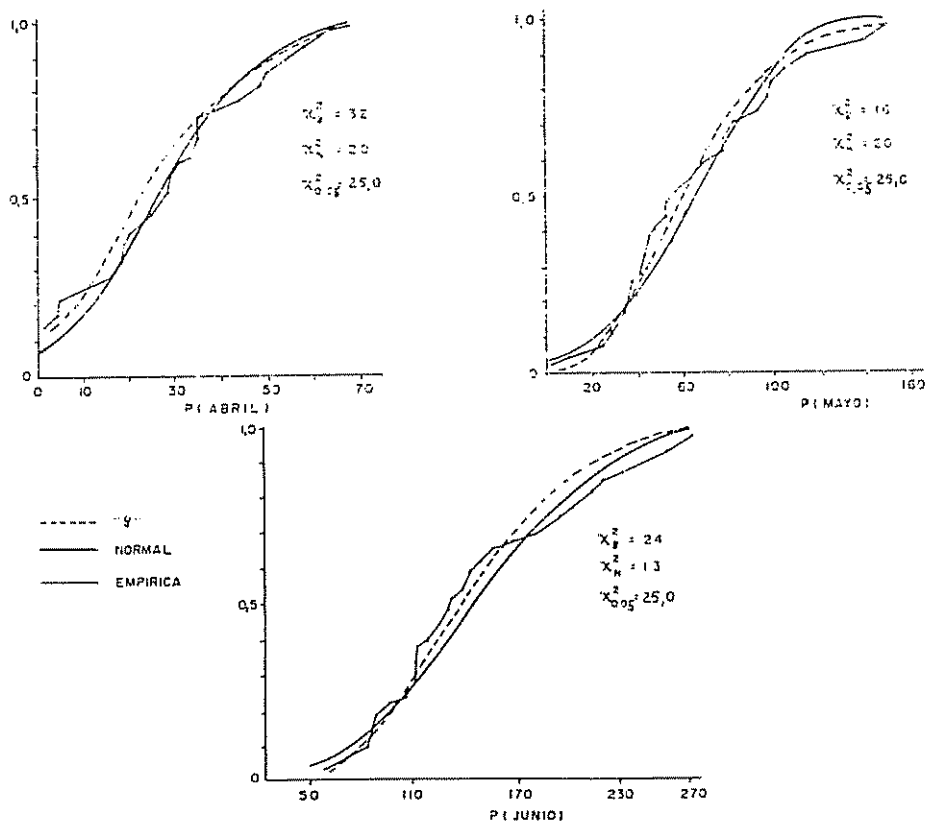


Fig. 2. Funciones empíricas observadas y ajustadas para las distribuciones normal y gamma.

ns = no significativo, indica normalidad al nivel indicado, un nivel de 0,05 puede considerarse aceptable; a mayor nivel mayor consistencia con la normal.

s = significativo, indica no normalidad.

De lo anterior podemos ver cómo la lluvia en junio mejora su ajuste al trabajar con la transformación de Galton. El valor de la transformada z fue:

$$z = 5,91 \log x - 12,59 \quad x = \text{lluvia en mm}$$

no ocurre lo mismo con abril, ya que su distribución se ajusta mejor a la normal. Los límites de las distribuciones se calcularon en base a un período de retorno de 100 años, el cual equivale a las probabilidades teóricas de 0,99 y 0,01. Los periodos de retorno fueron:

Prob	P _A	P _M	P _J	
0,99	71	160	343	(mm)
0,01	0	9	53	

Probabilidades de obtener determinados rendimientos para una recomendación dada

Para el cálculo de las probabilidades de ocurrencia conjunta de distintos niveles de las tres variables estocásticas, puede considerarse que existe, o no, una relación de dependencia entre ellas; es decir que la precipitación de un mes está, o no, relacionada con la precipitación del mes anterior.

La matriz de correlación entre variables se ve así:

	P _A	P _M	P _J	
P _A	1,00			r = 0,218, t = 1,094
P _M	0,218	1,00		r = 0,036, t = 0,176
P _J	0,036	0,329	1,00	r = 0,329, t = 1,706 t _(0,05) = 2,064

En la Figura 3 se observa gráficamente la independencia entre parejas de variables. Los coeficientes de correlación no son significativamente diferentes de r = 0, al realizar la prueba correspondiente de diferencias entre coeficientes de correlación. Asimismo, como prueba, se realizó el cálculo de la probabilidad conjunta para una pareja de variables a través de una normal bivariada con las alternativas r = 0 y r = 0,329 en un isocuanto, obteniéndose una diferencia de 4% de probabilidad. De lo anterior puede suponerse en un sentido práctico que las variables son totalmente

independientes, lo cual facilita el cálculo de las probabilidades trivariadas.

Considerando la independencia entre variables, la probabilidad conjunta de varios eventos será el producto de sus respectivas probabilidades:

$$P (P_A \geq P_{Ai}; P_J \geq P_{Ji}; P_M \geq P_{Mi}) = P (P_A \geq P_{Ai}) \times P (P_J \geq P_{Ji}) \times P (P_M \geq P_{Mi})$$

Es decir, que la probabilidad de que un valor de lluvia de abril, mayo y junio sean superiores a ciertos valores prefijados (P_{Ai}, P_{Ji}, P_{Mi}) es igual al producto de sus respectivas probabilidades individuales.

La probabilidad conjunta se realizó en dos partes:

1) Cálculo de la integral (solución numérica)

$$P (R \geq R_i) = \int_{P_A=0}^{\infty} \int_{P_J=f(P_A)}^{\infty} f(P_A) f(P_J) dP_A dP_J$$

La cual corresponde a un isocuanto definido por P_A y P_J para un valor fijo de P_M.

El espacio de exploración de P_A se fijó entre 0 y 75 milímetros y se dividió dicho espacio en 16 puntos (0, 0,5, 1,0, ..., 7,0, 7,5). Los valores de lluvia están codificados en la ecuación original en mm/10. Estos 16 puntos exploratorios de P_A originaron 16 respectivos valores de P_J que conforman los puntos en el espacio (P_A, P_J) a partir de los cuales se calcularon las probabilidades como cuantificación del espacio a un lado del isocuanto.

2) El espacio exploratorio de mayo se dividió en 15 puntos (9, 9,5, 10, ..., 15,5, 16), los cuales sustituyéndolos en las ecuaciones principales originan 15 isocuantos o funciones P_J = f(P_A). La sumatoria del producto de las probabilidades conjuntas a un lado del isocuanto definido por cada isocuanto anterior, por la probabilidad del intervalo de P_M correspondiente, (16-15,5, 15,5-15, ..., 9,5-9) define la probabilidad conjunta o volumen definido por las tres precipitaciones. Lo anterior equivale a la solución numérica de la integral triple indicada anteriormente.

El número de combinaciones trivariadas de las precipitaciones en este caso logradas fue de 16 x 16 x 15 = 3840 que equivale a una simulación de la lluvia de 3840 años. La experiencia lograda por simulaciones estocásticas de la lluvia a niveles mensuales, indican que generalmente es suficiente simular poblacio-

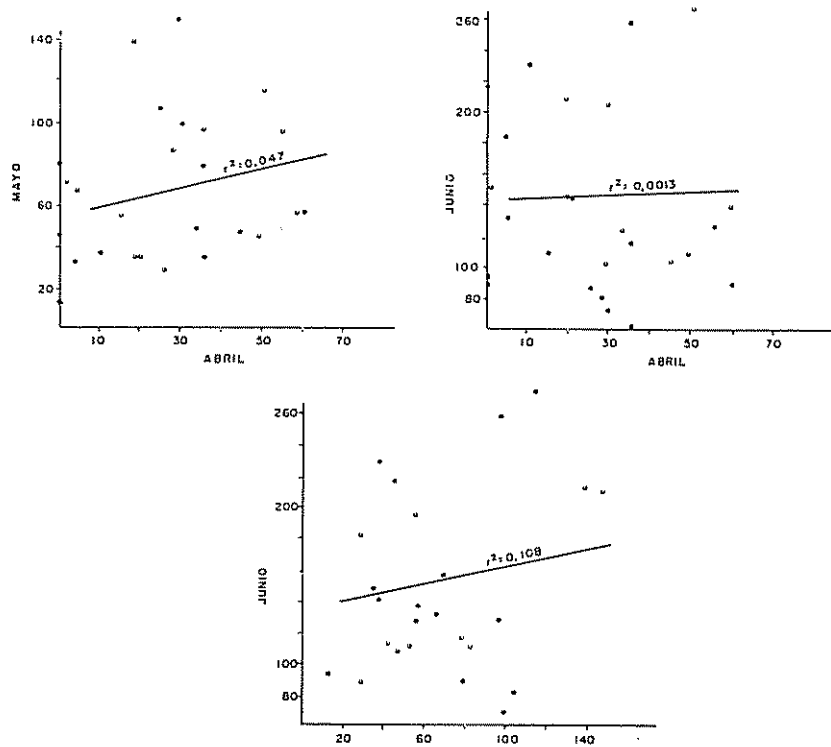


Fig. 3. Gráficas que muestran la independencia entre las precipitaciones de los meses estudiados.

nes de menor longitud. En el caso de encontrar cierta dependencia entre variables, una cadena markoviana de 1er orden suele ser suficiente para lograr la simulación de las combinaciones de la lluvia. Un modelo de simulación de la forma:

$$P_i = b_0 + b_1 P_{i-1} + z \sigma \sqrt{1 - r^2}$$

da frecuentemente resultados aceptables (5). El modelo anterior consta de una componente determinística y otra aleatoria. P_i es la precipitación de un mes cualquiera que está afectado por una relación determinística polinomial de 1er grado con el mes anterior P_{i-1} ; la componente aleatoria la integran, σ = desviación típica, z = variable aleatoria tomada de la distribución normal, r = coeficiente de correlación. De existir duda si una componente cíclica afectara la simulación, es decir si existiese también alguna relación determinística del tipo $P_i = f(A \text{ sen } \theta \cdot)$, (A = amplitud, θ = período), para simplificar el procedimiento y no realizar comprobaciones laboriosas, puede observarse, al efectuar el cálculo de la regresión entre cualquier pareja de precipitaciones P_i y P_{i-1} , con el paquete científico S.A.S. (sistema de análisis estadísticos), el coeficiente de Durbin-Watson, el cual ex-

presa si los errores ϵ son aleatorios o están relacionados en el tiempo, es decir si existe la posibilidad de una relación cíclica entre las precipitaciones. Si este coeficiente está cerca del valor de 2, hay evidencia entonces de que los errores ϵ son aleatorios y por lo tanto la componente autorregresiva ($b_0 + b_1 P_{i-1}$) es suficiente para ajustar la parte determinística de la simulación estocástica.

Una vez efectuada la simulación de las combinaciones de las precipitaciones o años, éstas pueden ser sustituidas en la función de producción sistemáticamente, logrando para una recomendación prefijada la distribución probabilística de los rendimientos. El procedimiento se repetiría para distintos manejos y los resultados serían equivalentes a los obtenidos aquí, por el procedimiento empleado, el cual se eligió por su mayor exhaustividad metodológica.

En el Cuadro 2 pueden observarse las probabilidades de éxito de obtener un determinado nivel de rendimiento o mayor para algunas de las 64 recomendaciones. Así por ejemplo para la recomendación más alta (150 - 60 - 60) el dominio exploratorio del rendimiento está entre 3000 y 6250 kg/ha, siendo las probabilidades de obtener ese rendimiento, o mayor, aproximadamente del 100 y 0% respectivamente.

Cuadro 2: Probabilidades de éxito de obtener un rendimiento dado para algunos de los 64 tratamientos.

		RENDIMIENTOS EN kg/ha																						
N	P	D	250	1500	1750	2000	2250	2500	2750	3000	3250	3500	3750	4000	4250	4500	4750	5000	5250	5500	5750	6000	6250	
60	0	31	100	74,33	26,36	3,86	0,0																	
60	0	40	100	80,89	40,55	4,30	1,13	0,0																
60	0	50	100	84,62	54,63	19,32	4,22	0,0																
60	0	60	100	69,50	31,02	5,39	0,74	0,0																
90	20	40			100	89,71	75,85	48,53	22,62	...	2,41	0,0												
90	20	50				100,00	80,35	59,31	33,97	15,31	5,70	1,96	0,0											
90	20	60				100,00	88,13	67,37	44,44	24,07	8,12	4,33	0,5	0,0										
120	20	40					100,00	91,53	79,59	61,62	39,69	21,19	5,54	4,06	1,61	0,0								
120	20	50						100,00	88,48	69,24	50,07	31,46	17,21	-	3,83	1,69	0,0							
120	20	60						100,00	88,33	74,55	58,70	41,17	25,74	14,34	-	3,67	1,04	0,0						
150	60	40							100,00	90,68	80,03	67,30	50,61	34,36	20,90	11,78	6,09	3,02	1,57	0,0				
150	60	50								100,00	88,10	74,22	58,63	40,26	27,15	17,14	10,89	4,19	3,28	1,01	0,0			
150	60	60								100,00	89,02	77,83	65,68	52,22	38,93	27,03	17,58	7,43	5,72	3,70	2,05	0,04	0,0	

De estar interesados por ejemplo en obtener un rendimiento asegurado de 2000 kg/ha aproximadamente, en función de la tecnología y la variabilidad climática, se buscará:

$$P(R > R_i) = 100\%, \quad R_i = 2000 \text{ kg/ha}$$

en el Cuadro 2, encontramos que las tecnologías (90 - 20 - 50), (90 - 20 - 60) y otras cumplen esa condición prácticamente garantizando 2000 kg/ha en las condiciones de peor temporal (precipitaciones). De la misma manera la tecnología más baja (60 - 0 - 30), prácticamente garantiza 1250 kg/ha de rendimiento, sin embargo, sólo tenemos una probabilidad del 3,86% de obtener un rendimiento igual o superior a 2000 kg.

En la Figura 4 se muestra la graficación de valores del Cuadro 2 para algunos tratamientos seleccionados; puede observarse también que los sigmoides de la misma gráfica no son regulares en ambas colas, esto se debe a que las funciones continuas de probabilidades ajustadas no son exclusivamente Gaussianas. Los sigmoides están afectados por las tres funciones: normal, Galton y gamma incompleta, y serán disimétricos. Las probabilidades por lo tanto en ambas colas para el mismo intervalo de rendimiento son diferentes, indicándonos que las precipitaciones que causan mejores rendimientos tienen menor probabilidad de ocurrencia que aquéllas que causan rendimientos bajos.

Relaciones entre probabilidades, rendimientos y manejos a través de regresiones múltiples.

De la Figura 4 donde se observan gráficas de Prob vs R, para varios tratamientos se puede extraer:

- Las curvas de probabilidad pueden ajustarse en función de R con polinomios de 3er grado.
- El efecto del nitrógeno es considerablemente mayor que el del fósforo.
- Las curvas correspondientes a distintos tratamientos de F fijando N y D corren paralelas.
- A medida que la dosis de N es mayor las curvas de probabilidad se "inclinan", debido al efecto de interacciones.
- Los efectos de D son superiores a los de F e inferiores de N. Las curvas para distintos valores de D dan evidencia de interacciones al no correr paralelas.

En el Cuadro 3 se presentan las variables que tienen un mayor valor predictivo. Si se toma como selectores del mejor modelo tanto al coeficiente de determinación (R^2), como al valor de F se encuentra que un modelo de 8 variables es el más adecuado. ($R^2 = 0,966$ F = 1897,6). Siendo estas variables R, R^3 , $R \times D^2$, $R^3 \times N$, $R^3 \times D^2$, N, F y N^2 .

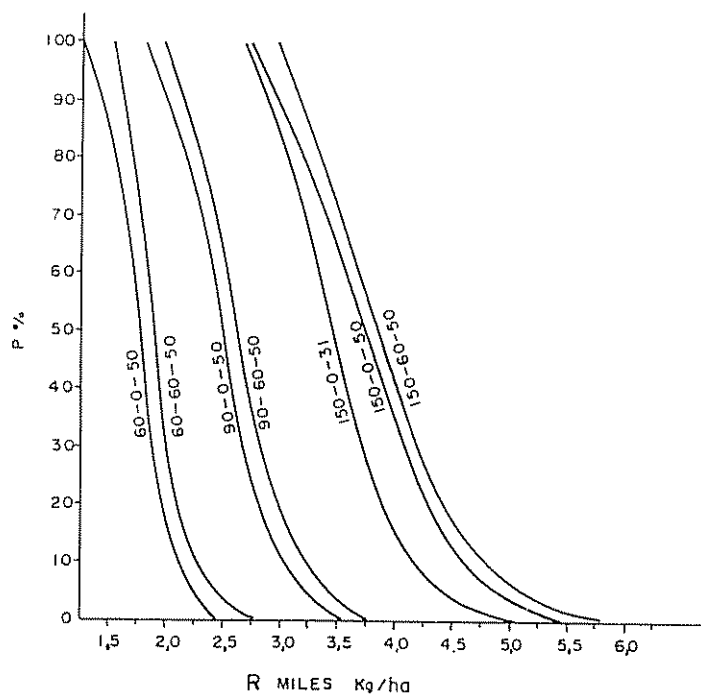


Fig. 4. Probabilidades de obtener distintos rendimientos para algunos tratamientos.

Cuadro 3: Variables que conforman los modelos de mayor valor predictivo de las probabilidades de obtener rendimientos dados para un manejo dado.

VARIABLES	R ²	F
R	0,393	345,6
R N	0,769	885,1
R R ³ N	0,843	955,3
R R ³ R ³ xN ² N	0,921	1560,7
R R ³ R ³ xN ² N Nx D	0,947	1893,7
R R ³ Rx Nx D R ³ x D ² N Nx D	0,952	1773,7
R R ³ Rx Nx D R ³ x N ² N F Nx D	0,957	1673,3
R R ³ Rx D ² R ³ x N R ³ x D ² N F N ²	0,966	1897,6
R R ³ Rx N ² Rx D ² R ² x D ² R ³ x N N F N ²	0,968	1770,9

Modelos de predicción

El mejor modelo encontrado (8 variables) así como modelos de 7 y 9 variables son los siguientes:

8 variables

$$Pb = 85,20 - 112,84R + 2,87 R^3 + 0,0039 R D^2 - 0,0091 R^3 N - 0,000132 R^3 D^2 + 2,606 N + 0,107 F - 0,0047 N^2$$

$$(R^2 = 0,966, F = 1897,6)$$

7 variables

$$Pb = 108,68 - 96,206R + 2,229 R^3 - 0,00206 RND - 0,000042R^3 N^2 + 1,321N + 0,1092F + 0,0122 ND$$

$$(R^2 = 0,957, F = 1673,3)$$

9 variables

$$PB = 76,57 - 119,92 R + 3,153 R^3 + 0,00116 R N^2 + 0,00538 R D^2 - 0,000903 R^2 D^2 - 0,0136 R^3 N + 3,153 N + 0,1085 F - 0,0101 N^2$$

$$(R^2 = 0,968, F = 1770,9)$$

La confiabilidad del ajuste es suficientemente elevada como para poder predecir la variable dependiente probabilidad con confiabilidad. En el mejor modelo encontrado (8 variables) se observa que la mejor contribución a la respuesta se debe a N y R seguidos de D y F. Todos los coeficientes de regresión son altamente significativos. En los modelos anteriores R se codifica en miles de kg/ha, N y F en kg/ha y D en miles de plantas/ha.

1.5 Conclusiones

1. Mediante una función de producción generalizada y la introducción de la componente estocástica, pudieron ser calculadas las probabilidades de ocurrencia de rendimientos preestablecidos.
2. La interrelación de los rendimientos y su probabilidad de ocurrencia con distintos grados de manejo, logra ayudar a determinar, cuál recomendación optimiza la variabilidad ambiental, dando elementos de juicio para recomendar con bases reales y racionales.
3. Modelos de regresión múltiple pueden predecir la probabilidad de éxito de una recomendación dada cuando se quiere alcanzar un determinado rendimiento, permitiendo cuantificar el espectro de relaciones probabilidad - rendimiento - manejo. Esta alternativa puede emplearse de manera más simple en la toma de decisiones racionales bajo condiciones de riesgo e incertidumbre, o simplemente para evaluar los potenciales productivos de las áreas bajo estudio, en estudios de caracterización agroecológica o de zonificación de cultivos.

Resumen

Se presentan en este artículo procedimientos metodológicos para la estimación de los rendimientos a obtenerse en una área dada y sus probabilidades de ocurrencia, etapa básica para una zonificación de cultivos o caracterización agroecológica de áreas, llevada a cabo por procedimientos cuantitativos de análisis. De la misma manera se incluyó la interrelación de los rendimientos con distintas recomendaciones de manejo. Al contemplar la importante interacción entre dichas recomendaciones y la variabilidad climática se

puede encontrar una amplia gama de respuesta de los cultivos para una recomendación dada. De lo anterior surge la necesidad de establecer las relaciones entre las probabilidades de ocurrencia de las precipitaciones, las recomendaciones y los rendimientos de los cultivos o lo que es lo mismo, indicar la probabilidad de éxito de una recomendación en una zona cuya variabilidad climática es conocida. De acuerdo con lo anterior, se calcularon las probabilidades de ocurrencia de rendimientos de maíz preestablecidos como una función de diferentes niveles de fertilización y de lluvia; estas últimas tratadas como variables estocásticas. El área seleccionada corresponde a la región de Huejotzingo, dentro del Plan Puebla, en México.

Los registros de precipitación se analizaron a nivel mensual y fueron ajustados a distribuciones continuas de probabilidad. Estas fueron: normal, Galton y gamma incompleta truncada. Asimismo se calcularon los isocuantos en función de los niveles de tres meses de lluvia (abril, mayo y junio) y distintas recomendaciones, para rendimientos prefijados. La probabilidad de ocurrencia de un rendimiento dado se calculó a través del volumen de probabilidad trivariada a un lado de la superficie del isocuento de ese rendimiento generado por los tres meses de lluvia.

Bibliografía

1. CORTES FLORES J. Diseño de recomendaciones prácticas de fertilización y de densidad de población en maíz de temporal, para varias condiciones de producción en la Sierra Tarasca. Tesis de Maestría en Ciencias. Colegio de Postgraduados. E.N.A. Chapingo, México. 1975.
2. DE JANVRY, A. Optimal levels of fertilization under risk. The potential for corn and wheat fertilization under alternative price policies in Argentina. *American Journal Agricultural Economy* 54:1-10.
3. ESTRELLA CHULIN N. Relaciones empíricas entre el rendimiento del maíz de temporal y algunos factores ambientales en la región de Chalco-Amecameca. Edo. de México. Tesis de Maestría en Ciencias. Colegio de Postgraduados. E.N.A. Chapingo, México. 1973.
4. GARCIA BENAVIDES, J. Estructura metodológica para la caracterización agroecológica de áreas por procedimientos cuantitativos de análisis y su posterior zonificación. Tesis de Doctor en Ciencias. Colegio de Postgraduados. Chapingo, México. 1979. 451 p.
5. GARCIA BENAVIDES, J. Apuntes del curso Agroclimatología Cuantitativa. Verano 79. Colegio de Postgraduados. Chapingo, México. 1979. p. irr.
6. GARCIA BENAVIDES, J. et al. Estimación de las probabilidades de éxito de una recomendación de fertilizante en función de la variabilidad climática. Colegio de Postgraduados. Rama de Suelos. Chapingo, México. 1978. 34 p.
7. LAIRD, R. J. y RODRIGUEZ, G. J. Fertilización de maíz de temporal en regiones de Guanajuato, Michoacán y Jalisco. México. D. F. Instituto Nacional de Investigaciones Agrícolas. SAG. Folleto Técnico No. 50. 1965.
8. LEON ZAMUDIO, S. A. Bondad de ajuste de algunas funciones probabilísticas a la distribución de la lluvia. Tesis de Maestría en Ciencias. Colegio de Postgraduados. Chapingo. México. 1976. 105 p.
9. SHAPIRO, S. A. and WILK, M. B. An analysis of variance test for normality. *Biometrika* 52:591-611. 1965.
10. STATISTICAL ANALYSIS SYSTEM. SAS. Institute Inc. Raleigh. North Carolina. 1976. 329 p.
11. VILLALPANDO IBARRA, J. F. Desarrollo de un método para obtener ecuaciones empíricas generalizadas del rendimiento, en una región agrícola para uso en diagnóstico. Tesis de Maestría en Ciencias. Colegio de Postgraduados. Chapingo, México. 1975.
12. VOLKE, H. V. Generación de tecnología para agricultura de temporal y subsistencia. El caso del maíz en la región del Plan Puebla. Tesis de Doctor en Ciencias. Colegio de Postgraduados. Chapingo, México. 1977. 280 p.
13. WORLD METEOROLOGICAL ORGANIZATION. Estimation of maximum floods. Technical Note No. 98. Geneva. 1969.